

· 处理方法 ·

## 三维试射射线追踪子三角形法

徐 涛\* 徐果明 高尔根

(中国科学技术大学地球和空间科学学院)

蒋先艺 罗开云

(中国石油集团东方地球物理公司研究院研发中心)

### 摘要

徐涛,徐果明,高尔根,蒋先艺,罗开云. 三维试射射线追踪子三角形法. 石油地球物理勘探, 2005, 40(4): 391~399

地震波的射线追踪方法在地震资料处理中有着广泛的应用,而且射线追踪的精度和计算效率直接决定着资料处理的质量和效率。所以不断改进射线追踪方法一直是人们的研究热点。人们普遍认为,试射法是解决两点射线追踪的一种快速、精确的方法。在此基础上,本文运用三角形的面积坐标,提出了几种试射追踪方法:单纯形法,细分三角形法,分割三角形法和子三角形法。研究表明子三角形法平均试射次数最少,而且收敛快,精度最高。文中给出的三维射线追踪实例及理论研究证明:试射修正时采用对射线的方向分量修正比直接对试射角度修正的效果要好。

**关键词** 射线追踪 试射法 子三角形法 方向分量

## 1 引言

地震波的射线追踪方法在地震定位、层析成像、地震勘探资料的偏移处理中起着极其重要的作用,射线追踪的路径精度和计算速度,直接决定着资料处理的质量和计算速度。因此研究快速而精确的射线追踪方法,对地球物理领域有特别重要的实际意义。

Cerveny以及其他学者对射线追踪方法进行了很好的总结<sup>[1~4]</sup>。与其他方法相比,试射法精确性高,快速、简便,在全面搜索和适应复杂地质模型等方面有很大优势,是研究两点追踪问题的一种重要方法。Langar等采用网格剖分方法<sup>[5]</sup>,设网格块内速度呈线性变化,通过对程函方程两次积分可求得相应介质中射线路径的位置、方向及走时对射线弧长的表达式,当试射射线遇到网格分界面时,利用斯奈尔定律确定射线的透射或反射。在此基础上,马争鸣等提出了两步法射线追踪方法<sup>[6]</sup>;徐昇等提出了射线追踪的微变网格法<sup>[7]</sup>;杨长春等提出了一种随波阵面运行而自动生成射线追踪所需计算单元的方法<sup>[8]</sup>;Sambridge等对连续介质进行数值积分获得试射路径<sup>[9]</sup>;Virieux等对介质进行平行六面体的微

元划分<sup>[10]</sup>,并在微元结构内将速度场看成梯度场,由数值积分获得射线的微扰路径和微扰走时;Sun从射线方程出发<sup>[11]</sup>,沿着一条近似路径对射线方程积分获得对射线路径的一次试射修正,再逐次在修正的路径上积分使射线收敛到接收器。

在试射射线追踪中,对发射角的修正是关键,它影响到试射射线能否快速收敛到接收点处,对三维问题如何修正发射角,尤其显得重要。而本文采用对射线的方向分量进行修正,并通过三维射线追踪实例及数值计算,验证了该方法比直接修正试射角度收敛快、精度高。

## 2 方法原理

文中以三维反射波为例来研究试射法。在试射中,首先在垂直平面内按一定角度间隔发射一束射线,在水平方向亦如此,这样形成一个发射角矩阵,这些试射射线在地面的出射点会形成网格点矩阵。如图1所示,这些网格点组成许多三角形,称之为试射射线出射三角形。出射三角形的三个顶点分别对应试射的发射角度( $\theta_i, \varphi_i$ );对应的发射方向分量为( $\sin\theta_i \cos\varphi_i, \sin\theta_i \sin\varphi_i, \cos\theta_i$ ),或记为 $w_i$ ,其中*i*=1,2,3; $\theta_i$ 为在垂直平面内射线与z坐标轴的夹角; $\varphi_i$

\* 北京市朝阳区北土城西路19号中国科学地质与地球物理研究所,100029

本文于2004年10月12日收到,修改稿于2005年4月28日收到。

为射线投影到  $xy$  水平面上与  $x$  坐标轴的夹角, 下同。出射三角形在地表上形成了一组三角形网格, 借助于三角形的面积坐标(定义见附录 A), 可以快速地判定目标接收器  $P$  位于哪个三角形内。已知接收器位置和所在三角形及角点对应的试射角度, 试射追踪过程则成为如何修正发射角, 使射线射向接收器的问题。由于模型、射线路径的非线性, 该过程应是个迭代过程。如果接收器  $P$  不处在其中任意一个出射三角形中, 且试射的发射方向范围足够大, 则接收器  $P$  处在影区内。利用本文的试射方法可以判断接收器是否处在影区内。

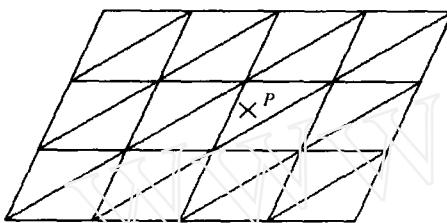


图 1 出射点形成的网格点矩阵( $P$  点为接收器, 下同)

由于模型、射线路径的非线性, 出射三角形形成的区域可能会重叠。如果目标接收器同时处于多个出射三角形内, 则分别用所在的三角形, 称之为迭代初始三角形, 可追踪出几条射线路径, 以解决多解性问题。

在试射迭代过程中, 本文研究了几种试射角度的修正方法: 单纯形法、细分三角形法、分割三角形法和子三角形法等。

## 2.1 试射方法的研究

### 2.1.1 单纯形法

单纯形法就是用反射、延伸、收缩、减小棱长等操作修正试射角度<sup>[12,13]</sup>, 使接收点保持在试射射线出射三角形内部, 并且使三角形的棱长不断减小, 直到出射点到接收器的距离小于给定的精度要求为止。如图 2a 所示的出射三角形  $LH_1N$  和接收器  $P$ 。以收缩操作为例,  $H_1$  点距离  $P$  点最远, 将顶点  $H_1$  沿着中线收缩到中点  $H_2$ 。试射修正的过程如下: 用三个顶点  $L, H_1, N$  对应的试射方向分量, 以  $H_2$  点在三角形中的面积坐标加权求和得出新的试射方向分量。假设三个顶点的试射方向分量为  $w_j^{(i)}$ , 其中,  $i, j = 1, 2, 3, i$  代表三个顶点的序号,  $j$  代表三个分量。 $H_2$  点在三角形中的面积坐标为  $u_i$ , 在本例中为  $(0.5, 0.25, 0.25)$ , 则新的试射方向分量  $w_i$  由下式得到

$$w_i = \sum_{j=0}^3 w_j^{(i)} u_i \quad (1)$$

以修正得到的射线方向分量  $w_i$  试射, 并求出试射出射点  $H'_2$ , 由于非线性和试射的理论误差(见后文讨论),  $H'_2$  点不一定和  $H_2$  点重合。如果出射点到接收器的距离小于给定精度, 则试射迭代结束, 最后的试射路径即为追踪的射线路径。否则,  $H'_2$  点把原三角形划分成三个三角形,  $\triangle H'_2 LH_1$ 、 $\triangle H'_2 H_1 N$  和  $\triangle H'_2 NL$ , 利用面积坐标可判断  $P$  点所在的三角形(本例中为  $\triangle H'_2 NL$ ), 并做为下次迭代的初始三角形, 重复上述操作, 直到满足精度要求为止。在数值试验中, 对于试验模型, 平均试射 748 次才能收敛到接收器。

### 2.1.2 细分三角形法

细分三角形是指不断缩小出射三角形, 使之收敛到接收器, 直到满足给定的精度为止。如图 2b 所示, 已知接收器  $P$  和所在的出射三角形  $T_1 T_2 T_3$ , 找到三角形的最大边  $T_2 T_3$ , 该边的中线  $T_1 T$  把三角形一分为二。同单纯形法修正一样, 用三个顶点  $T_1 T_2 T_3$  对应的试射方向分量, 以  $T$  点在三角形中的面积坐标加权求和得出新的试射方向分量。以该方向试射, 并求出新的试射出射点  $T'$  ( $T'$  不一定和  $T$  重合)。如果  $T'$  点和接收器的距离小于给定的精度, 则试射迭代结束。否则出射点  $T'$  把原三角形分割成  $\triangle T' T_1 T_2$ 、 $\triangle T' T_2 T_3$  和  $\triangle T' T_3 T_1$  (只有在  $T'$  和  $T$  不重合时才有意义), 利用面积坐标可判断接收器所在的三角形, 并作为下次试射迭代的初始三角形。重复上述操作, 直到满足精度要求为止。在数值试验中, 对于上述同样模型, 平均试射 300 次收敛到接收器。

### 2.1.3 分割三角形法

如图 2c 所示, 已知接收器  $P$  和所在的出射三角形  $T_1 T_2 T_3$ , 用三个顶点对应的试射方向分量, 以  $P$  点在三角形中的面积坐标加权求和得出新的方向分量, 求取方法见式(1)。以该方向分量试射并得到出射点  $T$ , 如果出射点  $T$  和接收器的距离小于给定的精度, 则试射迭代结束。否则出射点  $T$  把原来的三角形分割成  $\triangle TT_1 T_2$ 、 $\triangle TT_2 T_3$  和  $\triangle TT_3 T_1$ 。找到接收器  $P$  处在哪个三角形, 并作为下次试射迭代的初始三角形。重复上述操作, 直到满足精度要求为止。数值试验中, 对于上述试验模型, 平均试射 3~4

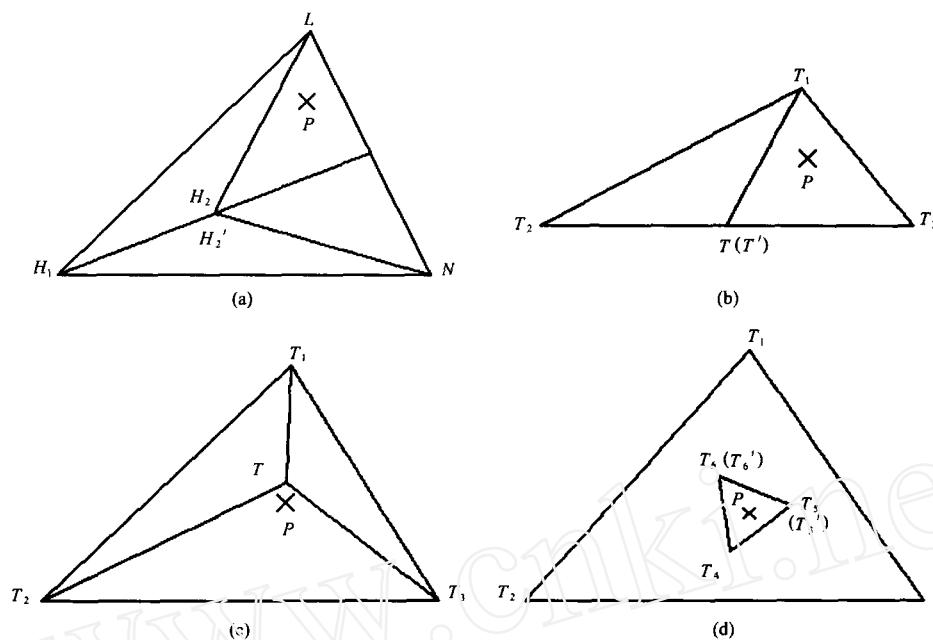


图 2 试射角度的修正方法示意图

(a)单纯形法;(b)细分三角形法;(c)分割三角形法;(d)子三角形法

次左右即可收敛,收敛地点和初始三角形的位置有关,有时和接收器之间的距离误差较大,不能小于任意给定的精度。具体的误差分析见后文讨论。

本方法和 Julian 提出的角度修正本质思想是一致的<sup>[14]</sup>,不同的是本文所述方法采取对方向分量修正,而 Julian 采取的是对角度修正。研究表明,对方向分量修正比对角度修正稳定性更好,收敛性更强,后文将详细讨论两者的差异。

#### 2.1.4 子三角形法

我们在研究中又提出一种子三角形法:首先用三角形三个顶点对应的试射方向分量,以接收器在三角形中的面积坐标加权求和得出新的方向分量,以该方向试射并得到出射点  $T_4$ 。如图 2d 所示,如果出射点  $T_4$  和接收器  $P$  的距离小于给定的精度,则试射迭代结束。否则构造等边  $\triangle T_4T_5T_6$ ,使得出射点  $T_4$  为等边三角形的一个顶点,接收器  $P$  为等边三角形的中心。求出顶点  $T_5T_6$  的坐标,并分别求出这两个顶点在  $\triangle T_1T_2T_3$  中的面积坐标,再用三个角点的试射方向分量分别加权求和得出  $T_5$  和  $T_6$  点的方向分量,以计算出的方向分量试射并得到出射点  $T'_5$  和  $T'_6$ ( $T'_5$  和  $T_5$ ,  $T'_6$  和  $T_6$  不一定重合)。 $T_4$ ,  $T'_5$  和  $T'_6$  构成了新的试射迭代初始三角形,重复上述操作,直到满足精度要求为止。数值试验中,对于上述同样模型,经常只需要 4 次试射,即迭代一次便

可满足要求。迭代收敛的速度很快,在某些情况下,迭代一次精度甚至可提高 5 个数量级。

本方法相对分割三角形法,在构造三角形时多做了几次试射,但是试射收敛性大大增强,具体可见后文的收敛精度分析。

#### 2.2 试射角度修正的误差

在三维试射射线追踪中,如何修正发射角是关键,它影响到试射射线能否快速收敛到接收器处。

Julian 采用的是通过求解一元线性方程

$$\begin{cases} i_0 - i_0^{(1)} & i_0 - i_0^{(2)} & i_0 - i_0^{(3)} \\ h^{(1)} - H & h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \\ j_0 - j_0^{(1)} & j_0 - j_0^{(2)} & j_0 - j_0^{(3)} \\ h^{(1)} - H & h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{cases} = 0 \quad (2)$$

的方法,求出修正后的发射角。上式中  $(i_0^k, j_0^k)$  ( $k=1, 2, 3$ ) 为三条射线试射角度,对应本文中的  $(\theta_k, \varphi_k)$ ;  $(h^{(k)}, g^{(k)})$  为射线的终点坐标;  $(i_0, j_0)$  为修正后的二维方向角,对应  $(\theta, \varphi)$ ;  $(H, G)$  是接收器的坐标。由附录 B 可证明,求解该方程和利用面积坐标加权修正试射角度在本质上是一致的。不过面积坐标有非常明显的数学意义,可以方便地判断出射点在出射三角形中的位置。

本文不是直接修正射线的发射角度,而是修正

射线的方向分量。在二维和三维追踪透射(折射)中,斯奈尔定律表现形式都是射线在界面法向上的方向分量与速度之比在界面两侧相等,因此用方向分量修正可以避免大量的三角函数计算,加快了追踪的速度。

为了比较两种修正方法的稳定性,采用如图3所示的简化试验模型,其坐标原点O为射线出发点(如果出发点不在坐标原点,则平移到原点), $T_1T_2T_3$ 为射线出射三角形; $T_i$ 点到原点的距离为 $r_i$ ;发射角为 $(\theta_i, \varphi_i)$ ( $i=1, 2, 3$ ),方向分量为 $w_j^{(i)}$ ; $P$ 为接收器, $P$ 到原点的距离为 $r_P$ ,对应的发射角为 $(\theta_P, \varphi_P)$ , $P$ 在出射三角形中的面积坐标为 $u_i$ 。则 $T_i$ 点的坐标为

$$x_j^{(i)} = r_i w_j^{(i)} \quad (3)$$

其中: $i$ 代表三个顶点的序号; $j$ 代表三个分量;下同。

由 $T_1T_2T_3$ 三点坐标和 $P$ 点的面积坐标,得到接收器 $P$ 点的坐标为

$$x_i^{(P)} = x_j^{(i)} u_i \quad (4)$$

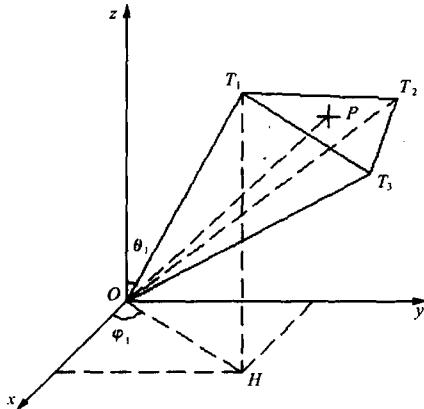


图3 试射发射角度修正示意图

下面分别讨论由角度修正和方向分量修正得到的出射点坐标,并比较与精确坐标式(4)之间的误差大小。

将 $P$ 点到原点的距离 $r_P$ 和发射角 $(\theta_P, \varphi_P)$ 、方向分量 $w_j^{(P)}$ 表达的坐标代入由三点 $T_1T_2T_3$ 构成的平面方程

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

可解得 $P$ 点坐标

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1^{(P)} \\ w_2^{(P)} \\ w_3^{(P)} \end{pmatrix} \frac{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} w_1^{(P)} & w_2^{(P)} & w_3^{(P)} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}} \quad (6)$$

## 2.2.1 角度修正

用 $T_i$ 点的试射角度 $(\theta_i, \varphi_i)$ 和面积坐标修正 $P$ 点的试射角度 $(\theta_P, \varphi_P)$ ,新的试射角度的射线出射点就是 $P$ 点坐标,即

$$\begin{cases} \theta_P = \theta_i u_i \\ \varphi_P = \varphi_i u_i \end{cases} \quad (7)$$

将新的试射方向分量 $w_j = (\sin \theta_P \cos \varphi_P, \sin \theta_P \sin \varphi_P, \cos \theta_P)$ 代入式(6),即为角度修正得到的 $P$ 点坐标。

## 2.2.2 方向分量修正

$T_i$ 点在三个坐标轴上的方向分量为 $r_i w_j^{(i)}$ ,用三点的单位方向分量 $w_j^{(i)}$ 和面积坐标来修正试射的单位方向分量,修正后新的方向分量为

$$W_j = w_j^{(i)} u_i \quad (8)$$

将式(8)代入式(6)可得到 $P$ 点的坐标,即为方向分量修正得到的坐标。式(8)求得的不一定是单位方向分量,有无归一化,代入式(6)能得到同样的结果。

对于方向分量修正,利用式(3)和平面方程式(5),求得 $r_P$ 并取其倒数,再利用式(3)和式(8),易得

$$\frac{1}{r_P} = \frac{u_1}{r_1} + \frac{u_2}{r_2} + \frac{u_3}{r_3} \quad (9)$$

## 2.2.3 两种修正方法的数值计算比较

给定出射三角形三点到发射点的距离 $r_i$ 和试射角度 $(\theta_i, \varphi_i)$ ,由 $P$ 点的面积坐标 $u_i$ 及式(4)计算出 $P$ 点精确坐标 $(x_P, y_P, z_P)$ ;将式(7)和式(8)分别代入式(6)得到角度修正和方向分量修正后出射点 $P$ 的坐标 $(x_{P1}, y_{P1}, z_{P1})$ 和 $(x_{P2}, y_{P2}, z_{P2})$ 。为了比较结果,数值试验给定三点的 $r_i$ 和 $(\theta_i, \varphi_i)$ 后, $u_1, u_2$ 从0变化到1,间隔为0.05, $u_3 = 1 - u_1 - u_2$ 。

### 定义角度修正误差

$$\Delta_1 = \sqrt{(x_{P1} - x_P)^2 + (y_{P1} - y_P)^2 + (z_{P1} - z_P)^2}$$

### 方向分量修正误差

$$\Delta_2 = \sqrt{(x_{P2} - x_P)^2 + (y_{P2} - y_P)^2 + (z_{P2} - z_P)^2}$$

如果 $\Delta_1 < \Delta_2$ ,角度修正的统计增加1;如 $\Delta_1 > \Delta_2$ ,方向分量修正统计增加1。下面是一组数值计算的比较数据(表1,表2)。

表1 角度修正和方向分量修正的比较

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	角度修正		方向分量修正	
									次数	%	次数	%
20	40	30	60	50	25	100	105	120	3	0.68	438	99.32
20	50	30	50	60	25	100	105	120	13	2.95	428	97.05
10	60	45	35	80	25	100	105	120	35	7.94	406	92.06
20	40	30	60	50	25	100	130	120	78	17.69	363	82.31
20	50	30	40	60	25	100	130	120	34	7.71	407	92.29
10	60	45	35	80	25	100	130	120	34	7.71	407	92.29
20	40	30	60	50	25	100	100	100	3	0.68	438	99.32
20	50	30	40	60	25	100	100	100	3	0.68	438	99.32
10	60	45	35	80	25	100	100	100	3	0.68	438	99.32

注:表1中( $\theta, \varphi$ )角度单位为( $^\circ$ ); $r_1, r_2, r_3$ 的单位相同;角度修正和方向分量修正前一项代表误差更小的次数,后一项代表占总次数的百分比

表2 角度修正和方向分量修正相对误差的比较

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$u_1$	$u_2$	$\eta_1(\%)$	$\eta_2(\%)$
40	50	70	20	70	40	100	105	120	0.15	0	4.29	2.81
40	50	70	20	70	40	100	105	120	0.3	0.5	5.31	2.50
40	50	70	20	70	40	100	105	120	0.65	0.25	6.61	2.57
40	50	70	20	70	40	100	105	120	0.8	0.9	127	59.5
10	60	45	35	85	25	100	100	100	0.1	0.3	15.0	0
10	60	45	35	85	25	100	100	100	0.55	0.35	70.8	0
10	60	45	35	85	25	100	100	100	0.9	0.5	260	0

注:表2中( $\theta, \varphi$ )角度单位为( $^\circ$ ); $r_1, r_2, r_3$ 的单位相同; $u_3=1-u_1-u_2$

### 定义角度修正相对误差

$$\eta_1 = \sqrt{\left(\frac{x_{P1} - x_P}{x_P}\right)^2 + \left(\frac{y_{P1} - y_P}{y_P}\right)^2 + \left(\frac{z_{P1} - z_P}{z_P}\right)^2}$$

### 方向分量修正相对误差

$$\eta_2 = \sqrt{\left(\frac{x_{P2} - x_P}{x_P}\right)^2 + \left(\frac{y_{P2} - y_P}{y_P}\right)^2 + \left(\frac{z_{P2} - z_P}{z_P}\right)^2}$$

表2是一组相对误差的比较数据。上面两组数值计算表明,方向分量修正比角度修正的理论误差更小,有更好的稳定性,收敛性更强,实际的追踪工作也证明了这一点。

从比较数据可以看出,对于 $r_i$ 比较接近的情况,方向分量修正的效果更好,尤其是相等的情况下,相对误差为零。从出射点公式(9)可以看出,因为 $r_1=r_2=r_3$ ,所以 $r_P=r_i$ 为常数。而 $P$ 点坐标取决于(单位)方向分量的修正(式(6))。从方向分量修正公式(8)可以看出,方向分量和面积坐标 $u_i$ 是线性关

系,所以相对误差为零;而角度修正对于 $u_i$ 是三角函数关系,因此存在误差。在实际的追踪工作中,由于试射角度比较密集,出射三角形尺寸相对射线路径长度为小量,因此可以认为 $r_i$ 很接近,且随着试射迭代的进行,初始迭代三角形越来越小,三个出射点的距离 $r_i$ 更趋接近。因此,方向分量修正比角度修正有更好的稳定性。

表2的数据反映当接收器处在三角形中不同的位置时(对应于不同的 $u_i$ ),方向分量和角度修正的误差有区别。从表中可以看出,在三角形角点和内部接近中心位置,角度修正和方向分量修正的误差都相对较小;偏离中心位置,尤其是在三角形外部误差较大,对于角度修正,甚至达到260%。

### 2.3 试射方法迭代收敛的精度

下面讨论方向分量修正试射的迭代收敛精度。试射迭代收敛精度决定于模型的非线性,非线性越

强(相对应的模型越复杂),迭代收敛精度就越小,所有的试射方法都是同样的情况,不在本文讨论范围之内;另一方面,试射修正中存在的理论误差影响迭代收敛的精度。最大收敛精度决定于理论误差的大小。

考虑分割三角形法试射(图2c),试射收敛到三角形的某一个角点附近。只讨论 $x$ 分量,其他分量类似,且令试射收敛到第一个角点,则 $u_2, u_3$ 为一阶小量。由式(3)得方向分量修正后的坐标为

$$\begin{aligned} x'_P &= W_j r_P = w_j^{(i)} u_i r_P \\ &= \left( \frac{x_1}{r_1} u_1 + \frac{x_2}{r_2} u_2 + \frac{x_3}{r_3} u_3 \right) r_P \quad . \end{aligned} \quad (10)$$

由式(9)可得

$$r_P = \frac{1}{\frac{u_1}{r_1} + \frac{u_2}{r_2} + \frac{u_3}{r_3}} \quad (11)$$

因为 $u_2, u_3$ 为一阶小量,上式泰勒展开为

$$r_P = \frac{r_1}{u_1} \left[ 1 - \left( \frac{u_2}{r_2} + \frac{u_3}{r_3} \right) \right] / r_1 = \frac{r_1}{u_1} - \frac{r_1^2}{u_1^2} \left( \frac{u_2}{r_2} + \frac{u_3}{r_3} \right) \quad (12)$$

代入式(10),利用

$$\frac{1}{u_1} = \frac{1}{1 - (u_2 + u_3)} \approx 1 + (u_2 + u_3)$$

得到

$$x'_P = x_1 \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} u_2 - \frac{r_1}{r_3} u_3 \right) + x_2 \frac{r_1}{r_2} u_2 + x_3 \frac{r_1}{r_3} u_3 \quad (13)$$

其绝对误差为

$$\begin{aligned} \Delta x_P &= x'_P - x_P = x'_P - (x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3) \\ &= (x_1 - x_2) \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} \right) u_2 + (x_1 - x_3) \left( 1 - \frac{r_1}{r_3} \right) u_3 \quad (14) \end{aligned}$$

类似地,有

$$\Delta y_P = (y_1 - y_2) \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} \right) u_2 + (y_1 - y_3) \left( 1 - \frac{r_1}{r_3} \right) u_3$$

$$\Delta z_P = (z_1 - z_2) \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} \right) u_2 + (z_1 - z_3) \left( 1 - \frac{r_1}{r_3} \right) u_3$$

数值计算表明,试射迭代收敛时,迭代精度就是试射的绝对误差。在分割三角形法的数值试验中,试射收敛时的 $u_2$ 和 $u_3$ 大小在0.005左右。由绝对误差式(14)可以看出,收敛时的绝对误差和 $x_i, r_i$ 有关,即和三角形的尺寸大小有关。尺寸越大, $x_i, r_i$ 之间相差越大,绝对误差就越大。由图2c可以看出,试射迭代收敛时,三角形的尺寸大小和初始的出射三角形的大小相当,因此收敛时的精度不高,而且迭代初始三角形的尺寸越大,模型的非线性影响可能越大,尤其对于非常复杂的模型。而其他三种试射方法,其基本思想都是不断缩小逐次迭代的初始三角形,不断缩小模型的非线性影响,随着初始三角形尺寸的不断减小, $x_i, r_i$ 之间越来越接近,因此收敛的精度不断提高。尤其是子三角形法,在接收器附近构造子三角形,三角形的尺寸大大减小,大多数情况下只需一次迭代(四次试射)就能达到精度要求。有些情况的收敛精度甚至一次迭代可提高5个数量级。

在上述的几种试射法中,都是假定地球表面是一个平面,而实际的地表却是一个不规则曲面,射线与地表的交点实际是射线和出射三角形交点的延长线。如果地表面起伏不是很大,而且出射三角形面积也不是很大,则地表面在局部可以近似地看做是平面。

## 2.4 四种试射方法的比较

表3为四种试射方法的比较。

表3 四种试射方法的比较

试射方法	单纯形法	细分三角形法	分割三角形法	子三角形法
平均试射次数	748	300	3~4	4
试射迭代收敛性	慢	较快	快	快
迭代精度	较高	较高	低	高

## 3 三维试射追踪实例

这里给出一个三维复杂试验模型,模型尺寸为5000m×5000m×5000m,为分块常速度介质模型。

单炮追踪360个接收器,透镜体的上表面定义为反射面,其余界面为透射界面。图4a为试射追踪结果,图4b为相应的射线走时曲线。图4b中横坐标代表6列接收器在水平地表上的纵坐标,图4b中纵坐标为射线走时。

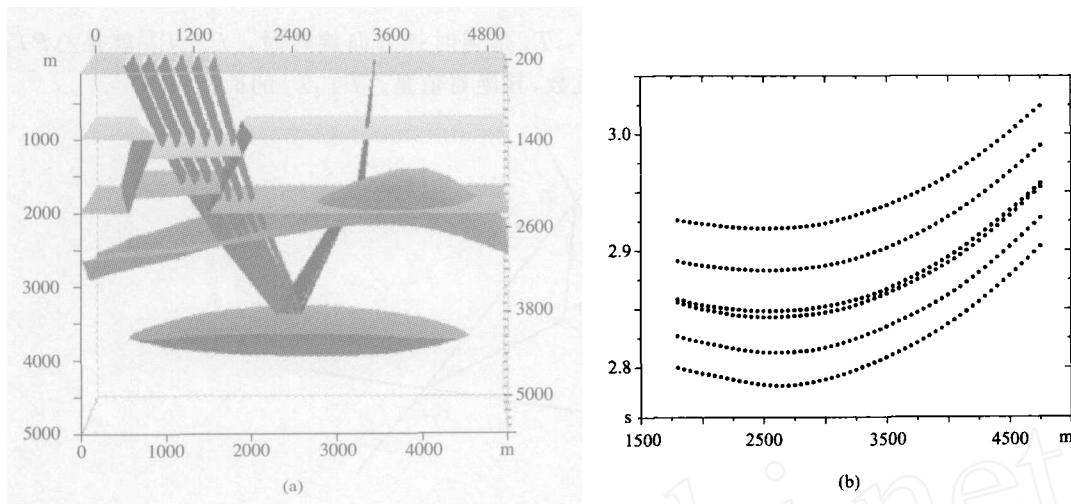


图4 三维试射追踪结果(a)及相应的走时图(b)

## 4 结论

(1)本文介绍了试射追踪的几种角度修正方法,其中以子三角形法平均试射次数最少,而且收敛精度最高。此法是解决两点追踪问题的一种快速、简便的方法。用方向分量修正试射角度,不仅避免了射线追踪中大量三角函数的运算,而且稳定性好,收敛性更强。

(2)文中试射方法能够解决射线路径的多解性,以及是否处在影区。

## 参 考 文 献

- [1] Cerveny V. *Seismic ray theory*. Cambridge University Press, 2001
- [2] 徐涛等. 三维复杂介质的块状建模和试射射线追踪. 地球物理学报, 2004, 47(6): 1118~1126
- [3] 杨文采, 李幼铭. 应用地震层析成像. 北京: 地质出版社, 1993
- [4] 张钟等. 射线追踪方法的发展现状. 地球物理学进展, 2000, 15: 36~45
- [5] Langan R T et al. Tracing of rays through heterogeneous media: an accurate and efficient procedure. *Geophysics*, 1985, 50: 1456~1465
- [6] 马争鸣, 李衍达. 两步法射线追踪. 地球物理学报, 1991, 34: 501~508
- [7] 徐昇等. 射线追踪的微变网格方法. 地球物理学报, 1996, 39(1): 97~102
- [8] 杨长春等. 适于复杂地质模型的三维射线追踪方法. 地球物理学报, 1997, 40(3): 414~420
- [9] Sambridge M S et al. Boundary value ray tracing in heterogeneous medium: a simple and versatile algorithm. *Geophys J Int*, 1990, 101: 157~168
- [10] Virieux J et al. Ray tracing in 3-D complex isotropic media. *Geophysics*, 1991, 56: 2057~2069
- [11] Sun Y. Ray tracing in 3-D media by parametrized shooting. *Geophys J Int*, 1993, 114: 145~155
- [12] 刁在筠等. 运筹学. 北京: 高等教育出版社, 1996
- [13] 卢开澄. 单目标、多目标与整数规划. 北京: 清华大学出版社, 1999
- [14] Julian B R et al. Three-dimensional seismic ray tracing. *J Geophys*, 1997, 43: 95~114
- [15] 常庚哲. 曲面的数学. 长沙: 湖南教育出版社, 1995

## 附录A 面积坐标

如图A-1所示,在 $\triangle T_1T_2T_3$ 中,给定 $T_1$ 点、 $T_2$ 点和 $T_3$ 点的坐标,则平面 $T_1T_2T_3$ 中每一点有一个面积坐标<sup>[15]</sup>。对点 $P$ ,其面积坐标 $(u_1, u_2, u_3)$ 定义为

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{[PT_2T_3]}{[T_1T_2T_3]} \\ u_2 &= \frac{[T_1PT_3]}{[T_1T_2T_3]} \\ u_3 &= \frac{[T_1T_2P]}{[T_1T_2T_3]} \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

式中 $[PT_2T_3]$ 表示 $\triangle PT_2T_3$ 的有向面积。定义 $P, T_2, T_3$ 是逆时针方向旋转时, $[PT_2T_3]$ 就是 $\triangle PT_2T_3$ 的面积;定义 $P, T_2, T_3$ 顺时针方向旋转时, $[PT_2T_3]$ 是负数,其绝对值是 $\triangle PT_2T_3$ 的面积。

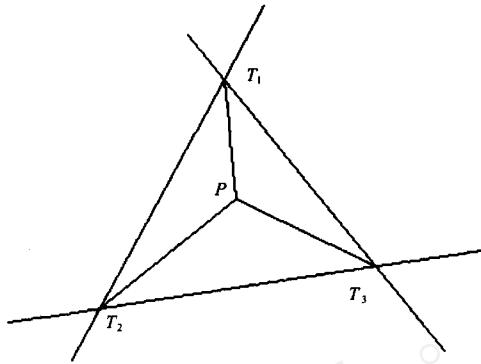


图 A-1 面积坐标示意图

面积坐标有如下一些基本性质:

- (1) 对于平面上的任意 $P$ 点, $u_1+u_2+u_3=1$ ;
- (2) 当 $P$ 点在三角形内或者边界上, $u_1\geq 0, u_2\geq 0, u_3\geq 0, |u_1|+|u_2|+|u_3|=1$ ;
- (3) 当 $P$ 点在三角形外部, $|u_1|+|u_2|+|u_3|>1$ ;

利用以上性质可以快速地判断 $P$ 点在三角形中的位置。

## 附录 B 试射角度修正公式的证明

证明公式(2)第一式,第二式与此相同。以图 2c 为例,试射出射点 $T_i$ 在水平面上,坐标为 $(h^{(i)}, g^{(i)}, 0)$ ,对应的发射角为 $(i_0, j_0)$ ,接收器 $P$ 的坐标为 $(H, G, 0)$ 。

展开

$$\begin{vmatrix} i_0 - i_0^{(1)} & i_0 - i_0^{(2)} & i_0 - i_0^{(3)} \\ h^{(1)} - H & h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} = 0$$

得

$$(i_0 - i_0^{(1)}) \begin{vmatrix} h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} + (i_0 - i_0^{(2)}) \begin{vmatrix} h^{(3)} - H & h^{(1)} - H \\ g^{(3)} - G & g^{(1)} - G \end{vmatrix} + (i_0 - i_0^{(3)}) \begin{vmatrix} h^{(1)} - H & h^{(2)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G \end{vmatrix} = 0$$

得到

$$i_0 = \frac{i_0^{(1)} \begin{vmatrix} h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} + i_0^{(2)} \begin{vmatrix} h^{(3)} - H & h^{(1)} - H \\ g^{(3)} - G & g^{(1)} - G \end{vmatrix} + i_0^{(3)} \begin{vmatrix} h^{(1)} - H & h^{(2)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} h^{(3)} - H & h^{(1)} - H \\ g^{(3)} - G & g^{(1)} - G \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} h^{(1)} - H & h^{(2)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G \end{vmatrix}} \quad (\text{B-1})$$

定义向量叉乘满足逆时针右手螺旋,有

$$\mathbf{PT}_2 \times \mathbf{PT}_3 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ h^{(2)} - H & g^{(2)} - G & 0 \\ h^{(3)} - H & g^{(3)} - G & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{PT}_3 \times \mathbf{PT}_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ h^{(3)} - H & g^{(3)} - G & 0 \\ h^{(1)} - H & g^{(1)} - G & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h^{(3)} - H & g^{(1)} - G \\ h^{(1)} - H & g^{(1)} - G \end{vmatrix} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{PT}_1 \times \mathbf{PT}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ h^{(1)} - H & g^{(1)} - G & 0 \\ h^{(2)} - H & g^{(2)} - G & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h^{(1)} - H & g^{(2)} - G \\ h^{(1)} - H & g^{(2)} - G \end{vmatrix} k \quad (B-2)$$

定义  $k$  的方向为三角形有向面积的方向, 可以得到有向面积

$$\begin{aligned} [PT_2T_3] &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} h^{(2)} - H & h^{(3)} - H \\ g^{(2)} - G & g^{(3)} - G \end{vmatrix} \\ [PT_3T_1] &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} h^{(3)} - H & h^{(1)} - H \\ g^{(3)} - G & g^{(1)} - G \end{vmatrix} \\ [PT_1T_2] &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} h^{(1)} - H & h^{(2)} - H \\ g^{(1)} - G & g^{(2)} - G \end{vmatrix} \\ [T_1T_2T_3] &= [PT_2T_3] + [PT_3T_1] + [PT_1T_2] \end{aligned} \quad (B-3)$$

如果上述计算结果存在负值, 表明三角形三点不是逆时针旋转, 说明  $P$  点在三角形的外部, 将式(B-2)、式(B-3)代入式(B-1), 即可求出。

由式(B-1)可得

$$i_0 = i_0^{(1)} u_1 + i_0^{(2)} u_2 + i_0^{(3)} u_3 \quad (B-4)$$

$$j_0 = j_0^{(1)} u_1 + j_0^{(2)} u_2 + j_0^{(3)} u_3 \quad (B-5)$$

式(B-4)和式(B-5)即为面积坐标对试射发射角度的修正公式。

(本文编辑:金文昱)

(上接第 390 页)

- part I: Prestack migration in terms of double dynamic focusing. *Geophysics*, 1997a, 62: 937~953  
[3] Berkout A J. Pushing the limits of seismic imaging, part II: Integration of prestack migration, velocity estimation and AVO analysis. *Geophysics*, 1997b, 62: 954~969  
[4] Berkout A J and Rietveld W E. Determination of macro models for prestack migration: Part 1, estimation of macro velocities. *Expanded Abstracts of 64th SEG Mtg*, 1994, 1330~1333

- [5] 辛可锋等. 基于共聚焦点技术的成像速度建模方法研究. *石油地球物理勘探*. 2004, 39(5): 519~525  
[6] Hadley D et al. Increasing interpretation accuracy: A new approach to interval velocity estimation. *The Leading Edge*, 1988, 7(9): 13~16  
[7] Landa E et al. Interpretation of velocity estimates from coherency inversion. *Geophysics*, 1991, 56(9): 1377~1383

(本文编辑:刘英)

《石油地球物理勘探》是您工作的得力助手

## 作者介绍

**杨光大** 高级工程师,1956年生;1982年毕业于长春地质学院地球物理勘探专业,获学士学位;现在中国地质大学(北京)攻读物探专业博士学位。现任中国石油吉林油田分公司勘探事业部总工程师。

**夏洪瑞** 高级工程师,1950年出生;1975年毕业于湖北大学数学系数学专业。现在江汉石油管理局物探处物探研究中心从事地震资料处理方法研究。

**辛可锋** 博士,1975年生;2000年7月于石油大学(华东)获得地球探测与信息技术专业工学硕士学位;2003年7月于同济大学获得固体地球物理专业理学博士学位。现主要从事地震资料处理及解释方法研究及叠前深度偏移及成像速度建模方法研究。

**徐 涛** 1978年生;2004年毕业于中国科学技术大学地球和空间科学学院,获固体地球物理专业博士学位。现为中国科学院地质与地球物理所博士后。

**金 龙** 1978年生;2001年毕业于大庆石油学院,现为中国石油大学资源与信息学院博士研究生。研究兴趣包括时移地震资料处理与分析、信息新技术在地震勘探开发中的应用等。

**李来林** 高级工程师,1963年生;1994年5月毕业于石油大学(北京),获硕士学位,2005年1月毕业于石油大学(北京)获博士学位。现在大庆勘探开发研究院从事地震资料处理研究(以叠前偏移研究为主)工作。任计算中心副主任,地震资料处理二室主任。已发表论文30余篇。

**李宏兵** 高级工程师,1965年生;1986年毕业于上海同济大学海洋地球物理专业,1989年毕业于北京中国石油勘探开发研究院研究生部,获硕士学位,现为中国矿业大学(北京)在职博士生。主要从事储层地震描述的方法研究及软件开发工作。

**孙鹏远** 1975年生;分别于2001、2004年获吉林大学地球探测与信息技术专业硕士、博士学位。现在中油集团东方地球物理公司研究院从事叠前地震属性分析和参数反演、多波多分量地震资料等方面的方法研究,已在国内外专业刊物上发表论文18篇。

**凌 云** 教授级高级工程师,享受国家特殊津贴专家,1956年生;1980年毕业于长春地质学院物探系;1992年于成都理工学院获硕士学位;1995年在该校获博士学位。主要从事地震资料处理方法及综合解释工作;发表论文多篇,现任东方地球物理公司副总工程师,负责凌云研究组的课题研究工作;并被中国矿业大学、中国地质大学、中国石油大学聘为名誉教授。

**毛娅丹** 硕士研究生,1981年生;现在中国地质大学攻读硕

士学位,主要从事地震波场的数值模拟及其反演研究。

**庄 博** 高级工程师,1964年生;从事石油地质研究工作,现为石油大学(北京)在职博士生。

**邹新宁** 高级工程师,1966年生;1988年毕业于西安地质学院物探系,获学士学位,1997年获西南石油学院勘探系油气地质专业硕士学位。现为西北大学地质学系在读博士研究生。主要从事油气储层地震预测和地震地质综合研究工作。

**云美厚** 副教授,1965年生;2001年毕业于中国地质大学(北京)地球探测与信息技术专业,获博士学位;曾在大庆石油学院从事教学与开发地震研究工作,发表多篇论文;现主要从事时移地震研究工作。

**陈佳梁** 高级工程师,1963年生;1982年毕业于江汉石油学院石油地质专业,现在中国地质大学(北京)攻读博士学位,一直在江苏油田南京物研院从事反演、油藏表征、地球物理应用技术研究。

**苟 量** 高级工程师,1962年生;长期从事地震、非地震采集技术及管理工作。

**王永刚** 教授,1951年出生;1975年毕业于华东石油学院物探专业,后留校任教,1986年毕业于成都地质学院研究生班。现从事地震勘探原理、开发地震和地球物理资料综合解释等方面的教学和科研工作,发表论文20多篇,主持和参加10多项科研项目。

**王连生** 在读博士生,1966年生;主要从事石油地质研究。

**苏朱刘** 副教授,1963年生;2001年中国地质大学(武汉)地球探测与信息技术专业获博士学位。现在长江大学从事电磁法研究与教学工作,发表论文30余篇。

**王永涛** 高级工程师,1962年生;1997年毕业于同济大学,获硕士学位,现任东方地球物理公司综合物化探事业部副总工程师,主要从事重磁电震资料的综合研究工作。

**胡贤根** 高级工程师,1965年生;1989年毕业于长春地质学院勘查地球物理专业;现主要从事地球物理综合研究及管理工作。目前在中科院广州地球化学所攻读博士学位。

**印兴耀** 教授,博士生导师,1962年生;1982年在华东石油学院物探专业毕业后留校任教,1989年和1998年分别获兰州大学无线电专业硕士学位和中国科学院地球物理所固体地球物理专业博士学位。参与或主持完成了多项国家级和省部级科研课题,发表论文30余篇。现在石油大学(东营)地球资源与信息学院从事科研、教学与管理工作。

velocity model building of seismic data in Daqing model and real seismic data.

**Key words:** common focus point gather, velocity analysis, interaction, prestack depth migration

**Xin Ke-feng.** Geophysical Computer Center, Institute of Exploration and Development of Changqing Oilfield Sub-Division of CNPC, Xinglongyuan Sub-District, Weiyang District, Xi'an City, Shanxi Province, 710021, China

**3-D shooting ray-tracing sub-triangle method.** Xu Tao, Xu Guo-ming, Gao Er-gen, Jiang Xian-yi and Luo Kai-yun. *OGP*, 2005, 40(4): 391~399

Ray tracing method of seismic wave has wide application in seismic data processing and its precision and computational efficiency directly determine the quality of data processing. Therefore, constantly improving the ray-tracing method has always been the human's studied hot spot. Generally, the people considered that shooting method is rapid and accurate method for solving ray-tracing problem between two points. On that basis, using area coordinate of triangle, the paper presented several shooting ray-tracing methods: simplicity method, triangle sub division method, triangle partition method and sub triangle method. The studied results showed that the sub triangle method is characteristics of fewer shooting numbers, rapid convergence and high precision. The 3-D ray-tracing theoretical studies and real cases presented by the paper showed that using correction of directional components of shooting has better results by comparison with direct correction of shooting angles when shooting correction is carried out.

**Key words:** ray tracing, shooting method, sub-triangle method, directional component

**Xu Tao.** No. 19, Beizhengxi Road, Chaoyang District, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing City, 100029, China

**Processing technique of mix factor in time-lapse seismic cross-equalization method.** Jin Long and Chen Xiao-hong. *OGP*, 2005, 40(4): 400~406

In practical seismic exploration, it is difficult to make two repeated surveys completely consistent because of the influence of surveying conditions. The paper defined the difference of seismic responses resulted from fluid and oil-gas reservoir as anticipant difference and from other factors (non reservoir) as non anticipant difference. In order to effectively protect the anticipant difference

and remove the non-anticipant difference, the paper first simulated the synthetic seismograms having differences in single factors such as amplitudes, times, phases and frequencies appeared in different times and differences in mix factors, then used cross-equalization technique for separate correction of single factors such as amplitudes, times, phases and frequencies and correction of mix factors on synthetic seismograms. The results of corrections showed that the operators of amplitude, time, phase and frequency in computed cross-equalization technique can effectively remove the non-anticipant difference and better restore the anticipant difference. It is further showed the correctness and effectiveness of the conclusion by practical data processing and laid the foundations for the following application in real data processing.

**Key words:** cross-equalization technique, forward modeling, correction operator, single factor, mix factor

**Jin Long,** Institute of Resource and Information, University of Petroleum, Beijing City, 102249, China

**Analysis and application of prestack depth imaging technique.** Li Lai-lin, Wu Qing-ling, He Yu-qian and Wei Da-li. *OGP*, 2005, 40(4): 407~410, 416

The paper expounded the development of seismic migration technique from two aspects: principle and technique, analyzed the differences of different migration techniques and presented three expressions of imaging conditions. On the basis of expounding model-building technique of prestack depth imaging velocity, the paper presented following basic principles that the velocity model building should follow: ① it should choose the events having good continuity, the thickness of beds should not be too thin and differential interval velocities of adjacent layers should greater than 10%; ② it can adequately reduce the interpretation of target lines in gentle parts of structures and increase the interpretation of target lines when the structures are complex; ③ it should make modification of interval velocities according to picked time horizons in ordinary migrated sections, making efforts to keep smooth variation of interval velocities both in vertical and in lateral directions and align the CRP gathers. It was showed by the applied cases of prestack depth imaging technique in Hailar area that the effects of prestack imaging technique are significantly superior to that of poststack migra-