

兰海强,张 智,徐 涛,等.地震波走时场模拟的快速推进法和快速扫描法比较研究.地球物理学进展,2012,27(5):1863-1870,doi:10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.005.

LAN Hai-qiang, ZHANG Zhi, XU Tao, *et al.* A comparative study on the fast marching and fast sweeping methods in the calculation of first-arrival traveltimes field. *Progress in Geophys.* (in Chinese), 2012, 27(5):1863-1870, doi:10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.005.

地震波走时场模拟的快速推进法和快速扫描法比较研究

兰海强^{1,2}, 张 智³, 徐 涛¹, 白志明¹, 梁 锴¹

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所, 岩石圈演化国家重点实验室, 北京 100029;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100049;

3. 桂林理工大学地球科学学院, 广西地质工程中心区重点实验室, 桂林 541004)

摘 要 地震波走时信息在叠前偏移、叠前速度分析、地震层析成像、走时反演及地震定位等中都有重要应用. 快速推进法因其理论完善、精确灵活, 无条件稳定, 近年来已在走时计算领域得到广泛应用. 快速扫描法作为求解一阶非线性双曲型偏微分方程的高效方法, 已在图像处理、计算机视图、控制论等领域得到有效应用, 且在走时计算方面有所应用且展现了广泛的应用前景. 本文介绍了两种方法的基本原理且(通过均匀介质模型、局部低速体模型和 Marmousi 模型)把两种方法做了详细对比. 研究结果表明: 1) 基于逆风差分格式的快速推进法和快速扫描法对纵横向速度变化很大的不均匀介质依然有很好的稳定性和适用性, 均可以准确地计算地震波初至走时; 2) 对于相同的模型和在相同的计算条件下, 两种方法的精度相当, 但快速扫描法所耗的 CPU 时间较快速推进法明显减少, 效率显著提高.

关键词 地震波走时, 有限差分, 程函方程, 快速推进法, 快速扫描法

doi:10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.005

中图分类号 P315

文献标识码 A

A comparative study on the fast marching and fast sweeping methods in the calculation of first-arrival traveltimes field

LAN Hai-qiang^{1,2}, ZHANG Zhi³, XU Tao¹, BAI Zhi-ming¹, LIANG Kai¹

(1. *State Key Laboratory of Lithospheric Evolution, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;* 2. *Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3. *Key Laboratory of Geological Engineering Centre of Guangxi Province, College of Earth Sciences, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China*)

Abstract Traveltime calculation plays an important role in many areas of seismology such as pre-stack migration, traveltimes inversion, earthquake location and seismic tomography. The fast marching method has been widely used in traveltimes calculation as it is accurate, flexible, and unconditionally stable. As an efficient tool in computing the numerical solution of a first order non-linear hyperbolic partial differential, the fast sweeping method has already had effective applications in optimal control, computer vision, geometric optics, path planning and seismology, etc. In this paper, we give a brief summarization on the fundamental theories of the two methods and make a comparative study (of the two methods) on the calculation of first-arrival traveltimes field. Numerical examples show both the fast marching method and fast sweeping methods are applicable to media with strong velocity contrast; the accuracy of the two methods is considerable, but the CPU time consumed by the fast sweeping method is more less than that

收稿日期 2011-11-18; 修回日期 2012-05-20. 投稿网址 <http://www.progeophys.cn>

基金项目 本研究由国家自然科学基金(41274070, 41074033, 40874041, 41021063)联合资助.

作者简介 兰海强,男,中国科学院地质与地球物理研究所博士研究生,主要从事复杂介质中地震波传播的数值模拟与地震资料处理的理论与方法等研究. (E-mail: lanhq@mail.iggcas.ac.cn)

of the fast marching method, which may reveal that the efficiency has been improved significantly.

Keywords first-arrival traveltime, finite difference, eikonal equation, fast marching method, fast sweeping method

0 引言

地震波初至走时广泛地应用于叠前偏移、叠前速度分析、地震层析成像、走时反演及地震定位等^[1-8]. 传统的计算走时的方法为射线方法, 其原理是沿程函方程的特征方向, 即射线方向求解走时, 经插值计算后得到地下规则网格点上的地震波走时^[9-12]. 但是, 对于复杂构造的地质模型, 这种古典射线方法将遇到焦散面及阴影区等问题^[9]. Vidale^[13, 14]基于扩张波前的思想开创性地提出一种用有限差分方法来近似程函方程, 但该方法采用扩张矩形来追踪波前, 在一定的速度分布情况下, 计算出的走时并不是最小, 且在处理强速度界面时会出现不稳定现象. Qin 等^[15]改进了 Vidale 的方法, 尽可能沿扩张的波前面来计算走时, 方法和 Vidale 基本相同但他考虑到了因果关系, 首先寻求上一个近似波前面的走时全局极小点, 然后向外扩张; 但该方法计算机实现较困难, 大部分时间要用于寻找全局极值, 效率不高. Sethian 等^[16, 17]提出了一种称之为快速推进的方法 (Fast marching method, FMM), 该方法利用逆风差分格式求解局部程函方程, 采用窄带延拓重建走时波前, 利用堆选排技术保存走时, 将最小走时放在堆的顶部. 该方法显著缩短了寻找极小值的时间, 计算量由波前扩展法的 $O(N^3)$ 减少到 $O(N \cdot \log N)$ ($\log N$ 由堆的排序算法产生), 其中 N 是节点数. 近年来, 该方法在地震波走时计算领域得到了迅速发展和广泛应用^[18-24]. 最近, Zhao 等^[25, 26]提出了一种称之为快速扫描的方法 (Fast sweeping method, FSM) 用于求解一阶非线性双曲型偏微分方程, 并指出该方法的计算量为 $O(N)$, 且证明了该算法的单调性和稳定性. Qian 等^[27, 28]将该方法引入并用于求解走时程函方程. Lan 等^[29-31]将该方法拓展到起伏地表的走时计算当中. 快速推进法和快速扫描法作为走时计算领域的生力军和潜力股, 鲜有文章讨论两者的优缺点, 本文把快速推进法与快速扫描法做一详细对比 (计算精度和效率), 为地震波走时计算方法的选择提供便利和依据.

1 方法原理

1.1 离散化

二维各向同性介质中的程函方程为

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = s^2(x, z), \quad (x, z) \in \Omega, \quad (1)$$

式中: t 为走时; $s(x, z)$ 为慢度 (速度的倒数), Ω 为计算区域. 离散偏微分方程 (1) 的逆风差分格式为

$$\left[(t_{i,j}^h - t_{x_{\min}}^h)^+\right]^2 + \left[(t_{i,j}^h - t_{z_{\min}}^h)^+\right]^2 = s_{i,j}^2 h^2, \quad (2)$$

$$i=2, \dots, I-1, j=2, \dots, J-1,$$

其中, $t_{x_{\min}}^h = \min(t_{i-1,j}^h, t_{i+1,j}^h)$, $t_{z_{\min}}^h = \min(t_{i,j-1}^h, t_{i,j+1}^h)$, h 为空间步长, 且

$$(f)^+ = \begin{cases} f, & f > 0, \\ 0, & f \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

在计算区域的边界处采用一阶差分近似. 例如, 在左侧边界点 $t_{1,j}$, 在 x 方向上用一阶差分, 程函方程可离散为:

$$\left[(t_{1,j}^h - t_{\frac{1}{2},j}^h)^+\right]^2 + \left[(t_{1,j}^h - t_{z_{\min}}^h)^+\right]^2 = s_{1,j}^2 h^2. \quad (4)$$

1.2 快速推进法原理

图 1 描述了用快速推进法求解离散的程函方程的详细过程. 首先初始化震源点, 其走时在后续计算中保持不变. 我们把震源点周围的点的走时按从小到大的顺序存在一个数组里, 那么它就构成了这一时刻的波前. 取出其中的最小值, 固定它的值 (在后续迭代中保持不变), 所有周围未被固定的点的值可按下式进行迭代:

$$t_{i,j} = \begin{cases} \min(t_{x_{\min}}, t_{z_{\min}}) + s_{i,j} \cdot h_{i,j}, & |t_{x_{\min}} - t_{z_{\min}}| \geq s_{i,j} \cdot h_{i,j}, \\ \frac{t_{x_{\min}} + t_{z_{\min}} + \sqrt{2s_{i,j}^2 \cdot h_{i,j}^2 - (t_{x_{\min}} - t_{z_{\min}})^2}}{2}, & |t_{x_{\min}} - t_{z_{\min}}| < s_{i,j} \cdot h_{i,j}, \end{cases} \quad (5)$$

将每一个新计算出来的网格点都放进波前数组里, 利用堆选排技术保存旅行时, 然后再从堆里取出最小值, 更新周围未被固定的点的走时, 依次重复, 直至遍布整个计算空间.

1.3 快速扫描法原理

快速扫描法的主要思想是基于因果关系将走时场传播的方向分成有限个组, 对于每一组分别利用 Gauss-Seidel 迭代方法求解非线性逆风差分格式离散化后的方程组. 每一次 Gauss-Seidel 迭代也称为一次扫描, 每次扫描 (Gauss-Seidel 迭代) 按一定的方向求解沿该方向传播的走时场.

1.3.1 交互扫描顺序的 Gauss-Seidel 迭代法

我们以慢度为 1 的程函方程为例来说明快速扫

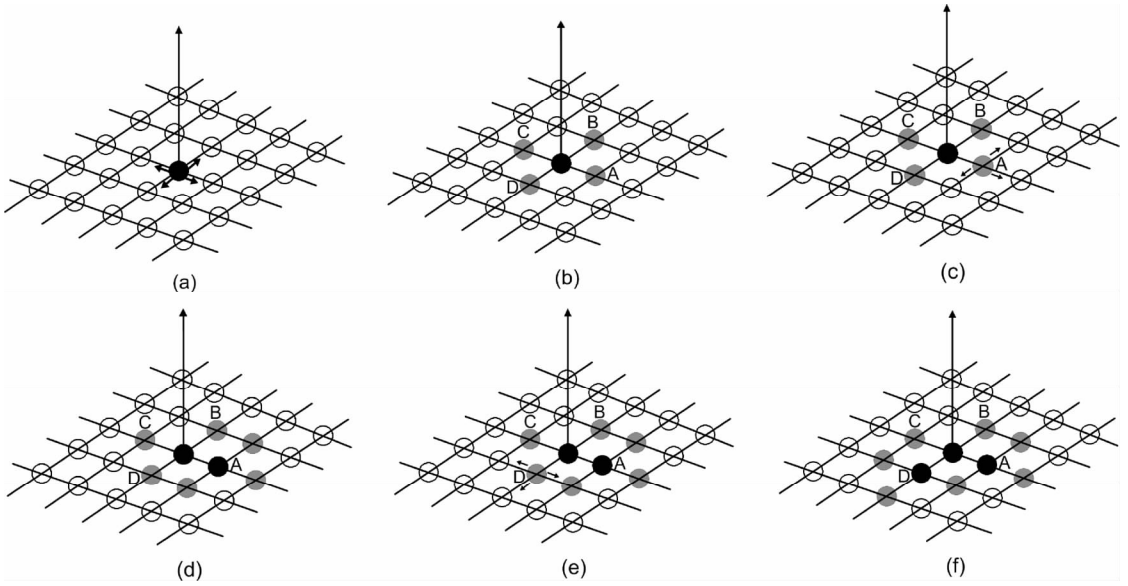


图 1 快速推进法更新步骤^[19]. 网格点可以被分为:活动点、试验点和远点. 活动点(黑色)是走时已经知道的点, 试验点(灰色)是活动点周围的点, 这些点上的走时将被计算. 试验点的集合被称作窄带. 随着窄带的推进, 窄带内的点逐渐被更新为活动点. 远点表示走时还未计算的点. 当走时传播时, 远点逐渐变为试验点. 图(a-f)显示了走时传播的顺序: (a), 黑色的点表示初始的震源点; (b), 计算黑点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点; (c), 取出试验点中走时最小的点(假设为‘A’); (d), 计算 A 点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点; (e), 取出试验点中走时最小的点(假设为‘D’); (f), 计算 D 点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点. 如此循环直至遍布整个计算空间.

Fig. 1 Updating procedure for the fast-marching method^[19]. Grid points are classified as ‘alive’, ‘trial’ and ‘far’. ‘Alive’ points (in black) are those where the values of T are known. ‘Trial’ points (in grey) are those around the curve (of ‘alive’ points), at which the propagation is to be computed. The set of trial points is called the narrow band. To compute the propagation, points in the narrow band are updated to ‘alive’, while the narrow band advances. ‘Far’ points (in white) are those at which the propagation has not yet been computed. During the propagation, the far points are converted into trial points. Figures (a-f) provide an explanation of this sequence: in (a), the black point (alive) represents the initial point; in (b) the value of T is computed in the neighborhood of the black point; the points in this neighborhood are converted from far (white) to trial (gray) points; in (c) the trial point with the smallest value of T is chosen (for example ‘A’); in (d) values of T are computed in the neighborhood of point A, converting them from far to trial. In (e) the trial point is chosen that has the smallest value of T (for example, ‘D’); in (f) points in the neighborhood of D are converted from far to trial, and the procedure continues in this manner.

描方法的思想. 考虑最简单的一维情形^[32]:

$$|t_x| = 1, x \in [0, 1], \text{ 且 } t(0) = t(1) = 0. \quad (6)$$

剖分区间 $[0, 1]$ 为 $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1$, 即 $t_i = t(x_i)$. 利用逆风差分格式将(6)式离散化为

$$t_i^h - t_{x_{\min}}^h = \frac{1}{n}, i = 1, \dots, n-1 \text{ 且 } t_0 = t_n = 0. \quad (7)$$

其中, $t_{x_{\min}}^h = \min(t_{i-1}^h, t_{i+1}^h)$. 设除震源点外其它点的初始值为 $t_i^0 = K, i = 1, 2, \dots, n-1$, 其中 K 是比所有点最终可能的走时值大的一个数. 开始按照 x 从 0 到 1, 即 $i = 1, \dots, n-1$ 的顺序更新 t_i , 这相当于追踪从 x_0 开始传播的走时场. 令 $t_i^{(1)}$ 表示此次扫描后得到的走时值, 则

$$t_i^{(1)} = \begin{cases} i/n & i = 1, 2, \dots, n-2, \\ 1/n & i = n-1. \end{cases} \quad (8)$$

注意到当 $i = n-1$ 时, 用到了边界点上的差分公式(4). 还注意到对 $i \leq n/2$ 的节点, $t_i^{(1)}$ 已经是正确的值, 这是因为扫描是从左至右进行的, 这正是这些点需要的逆风方向. 在走时值为 $t_i^{(1)}$ 的基础上, 我们进行第二次扫描, 按照 $i = n-1 : 1$ 的顺序进行, 这相当于追踪从 x_n 开始传播的走时场. 最后得到(6)的解

$$t_i^{(2)} = \begin{cases} i/n, & i \leq n/2, \\ (n-i)/n, & n/2 < i \leq n. \end{cases} \quad (9)$$

注意到 $i \leq n/2$ 的节点上的值在第二次扫描时没有

发生变化, $i > n/2$ 的节点则得到新的值. 实际上上述两次扫描过程中对走时的更新可简单地表示为

$$t_i^{new} = \min\left(\min(t_{i-1}, t_{i+1}) + \frac{1}{n}, t_i\right). \quad (10)$$

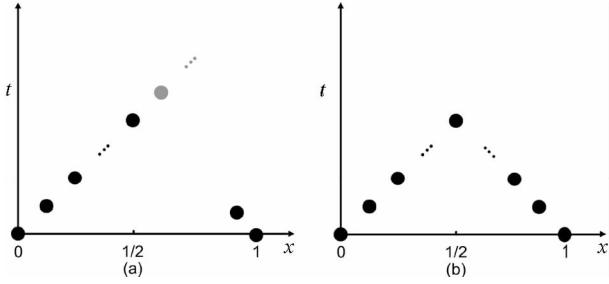


图2 慢度为1的一维程函方程中的快速扫描方法. (a) 从左至右 Gauss-Seidel 扫描后得到的节点上的走时(黑点表示该走时值为正确值,在第二次扫描时保持不变,灰点表示该走时值不是正确值,将在第二次扫描时改变);(b)从右至左 Gauss-Seidel 扫描后得到的节点上的走时.

Fig. 2 The fast sweeping algorithm in the one dimensional eikonal equation with the slowness is of one. (a) the computed traveltimes after the first left to right Gauss-Seidel sweeping (the black points denote those traveltimes that have been calculated correctly in the first sweep have achieved their minimal possible values and will not be changed in the second sweep; while the gray points indicate the traveltimes that have not been calculated correctly in the first sweep will be updated in the second sweep). (b) the computed traveltimes after the second right to left Gauss-Seidel sweeping.

图2表明了快速扫描方法如何只进行从左至右和从右至左两次扫描就完成了走时的计算. 这是因为在一维情形,走时场传播的方向只有从左至右和从右至左两种,或者说,任何一个点的走时都可以从它的左或右侧节点的走时通过 $t_i = \min(t_{i-1}, t_{i+1}) + \frac{1}{n}$ 精确得到. 第一次扫描时,计算了从左至右传播的走时场,所以走时由其左侧节点决定的点的走时被正确计算得到. 同样,第二次扫描时,计算了从右至左方向传播的走时场,所以走时由其右侧节点决定的点的走时被正确计算得到. 由于只有在新计算出的走时小于现在的走时时我们才对其进行更新,所以在第一次扫描中得到正确值的那些节点已经达到了他们可能达到的最小值,在第二次扫描时它们保持不变.

在高维情形下,走时场传播有许多不同的方向,

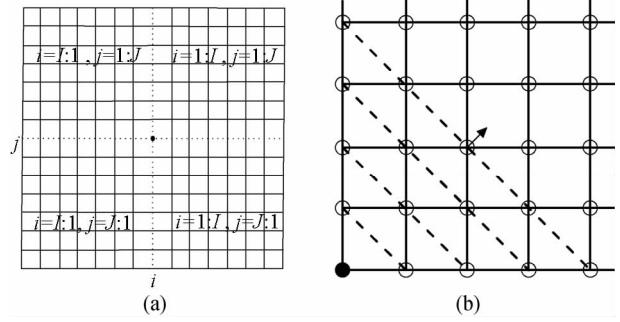


图3 (a)二维程函方程中的快速扫描方法. 两条虚线分别表示 x 、 y 轴,震源位于原点,每个象限中的数字分别表示适合计算该象限走时场的扫描顺序. (b)第一象限走时场的快速扫描法计算. 虚线2上的点的走时只依赖于虚线1上的点的走时;坐标轴上的点的走时与坐标轴外点的走时无关(如 x 轴正半轴上的点的走时只依赖于它左侧点的走时, y 轴正半轴上的点的走时只依赖于它下方点的走时);而4个象限被 x 、 y 轴隔开,因此在扫描过程中在某一象限传播的走时不会穿过 x 、 y 轴而在其它象限传播,即在扫描过程中某个象限内点的走时只依赖于本象限内点的走时,与其它象限点的走时无关.

Fig. 3 (a) The fast sweeping algorithm for the eikonal equation in two dimensions. The two dotted lines denote x and y axis, respectively; the source is located at the origin, the numbers in each quadrant mean the appropriate sweep order for this quadrant. (b) The traveltimes calculation with the fast sweeping method in the first quadrant. Traveltimes at grid points on the dashed line two are determined by values at grid points on dashed line one, etc. Moreover the four quadrants are separated by two grid lines, i. e., the x and y axes. The traveltimes of grid points on these two lines do not depend on any values of grid points off these two lines. So the propagation of traveltimes in one quadrant during the corresponding sweep cannot cross these two lines into other quadrants.

快速扫描方法不再像一维那样沿笛卡尔坐标系的网格线精确地追踪走时场. 但走时场传播的所有方向可以被分为有限个组,如二维情形可分为四组:右上、左上、左下和右下. 初值在这四个方向上依次传播. 我们可以通过四组不同顺序的 Gauss-Seidel 迭代,即 1) $i=1 : I, j=1 : J$, 2) $i=I : 1, j=1 : J$, 3) $i=I : 1, j=J : 1$, 4) $i=1 : I, j=J : 1$,并结合逆风差分格式分别求解沿这四组方向传播的走时. 图3说明了对于一个独立初始点的走时函数为什么可以经过四次不同顺序的扫描而收敛. 事实上,第一象限

内 (i, j) 点的走时 $t_{i,j}^h$ 只依赖于它的左侧点 $(i-1, j)$ 的走时 $t_{i-1,j}^h$ 及下方点 $(i, j-1)$ 的走时 $t_{i,j-1}^h$,而二者已经计算得到了正确值,这是因为在第一次扫描中二者可以递归地追溯到初始点.这样,在第一次扫描过后,我们得到了第一象限内和 x, y 正半轴上所有节点的正确走时(x, y 正半轴上所有节点的走时分别只依赖于它的左侧点或下方点的走时).同样,在第二次扫描过后,第二象限内和 x 负半轴上所有节点的正确走时也已得到,且第一象限内和 x, y 正半轴上的所有节点的走时因为已经达到最小且满足离散方程组,它们的值在第二次扫描中不会发生改变.第三次扫描过后,第三象限内和 y 轴负半轴的所有节点也得到正确的走时,且前两次扫描得到的正确值保持不变.第四次扫描过后,我们就得到了满足离散方程组的所有节点的正确走时.

1.3.2 计算步骤

1) 初始化:在震源点上赋初值为0,震源点周围的四个点上赋值为精确值以避免一阶数值误差^[37],这些点上的走时在迭代过程中保持不变.其它网格点上的初值设为一个较大的值(远大于所有计算点最终能算出的走时值),这些点上的走时在后续计算时会被更新.

2) 迭代:在交替的4个方向上,使用 Gauss-Seidel 型迭代法求解离散的非线性方程组.在每一个走时未被固定的网格点,根据(2)式计算出 \bar{t} ,与原值比较,取较小值作为当前值 $t_{i,j}^{\text{new}} = \min(t_{i,j}^{\text{old}}, \bar{t})$.我们分别按四个方向彻底扫描一遍(1) $i=1: I, j=1: J$, (2) $i=I: 1, j=1: J$, (3) $i=I: 1, j=J: 1$, (4) $i=1: I, j=J: 1$.

3) 收敛:如果 $\|t^{\text{new}} - t^{\text{old}}\| \leq \delta$,那么迭代收敛,结束;如果不收敛,那么继续迭代直至收敛为止. δ 是给定的控制迭代停止的极小值.我们可以得到方程(1)的解:

$$t_{i,j} = \begin{cases} \min(t_{x_{\min}}^h, t_{z_{\min}}^h) + s_{i,j}h, & |t_{x_{\min}}^h - t_{z_{\min}}^h| \geq s_{i,j}h, \\ \frac{t_{x_{\min}}^h + t_{z_{\min}}^h + \sqrt{2s_{i,j}^2h^2 - (t_{x_{\min}}^h - t_{z_{\min}}^h)^2}}{2}, & |t_{x_{\min}}^h - t_{z_{\min}}^h| < s_{i,j}h. \end{cases} \quad (11)$$

2 数值实例

我们通过三个算例来考查两种方法计算地震波初至走时的精度和效率.首先通过一个均匀介质模型及和精确解对比来考查两种方法的精度;接着通

过局部低速体模型及 Marmousi 模型进一步考查两种方法对纵横向速度变化较大的不均匀介质的稳定性、适用性、精度和效率.

2.1 均匀介质模型

图4(a)、(c)分别表示相对于5 m和10 m的网格间距,在 $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$,速度为1 km/s的均匀介质区域内,将震源置于区域中心,用快速推进法计算的初至波走时等直线.我们可以看出在水平和垂直方向上,快速推进法对于两种网格间距(5 m和10 m)计算的初至波走时与理论走时都吻合的很好;在坐标轴的两个对角线方向上,相对于两种网格间距计算的结果与理论值都有些偏差,且偏差随着网格间距和传播距离的增大而增大,这主要是由数值计算的频散造成的.图4(b)、(d)分别为对应于图4(a)、(c)的走时计算所得的误差分布图.由图可以看出,在两个主轴方向上,误差基本为0,在对角线方向上误差最大.图5(a)、(c)分别表示相对于5 m和10 m的网格间距用快速扫描法计算的走时.图5(b)、(d)分别为对应于图5(a)、(c)的走时计算所得的误差分布图.分别对比图5(a)、(c)与图4(a)、(c),似乎可以看出在同等网格间距条件下,用快速扫描法计算的走时与精确解吻合的程度与快速推进法计算的结果与精确解吻合的程度相当,这可以从图5(b)、(d)分别与图4(b)、(d)的对比中进一步验证:对于相同的网格间距,用快速扫描法计算的最大误差(绝对误差)与用快速推进法计算的最大误差基本相等,这表明快速扫描法与快速推进法有近似相同的计算精度,这与两者都是求解相同的离散方程这一理论相吻合.

对比快速扫描法、快速推进法相对于两种网格间距(5 m和10 m)的计算效率,结果见表1.对于5 m的网格间距,快速扫描法、快速推进法所耗费的CPU时间分别约为0.06和0.14 s,后者约是前者的2.3倍;对于10 m的网格间距,快速扫描法、快速推进法所耗费的CPU时间分别约为0.01和0.04 s,后者是前者的4倍.从本例可以看出,快速扫描法耗费的时间较快速推进法少.

表1 快速扫描法和快速推进法计算效率对比

Table 1 Efficiency (CPU time) comparisons for fast sweeping method (FSM) and fast marching method (FMM)

网格间距(m)	FSM (s)	FMM (s)
5	0.06	0.14
10	0.01	0.04

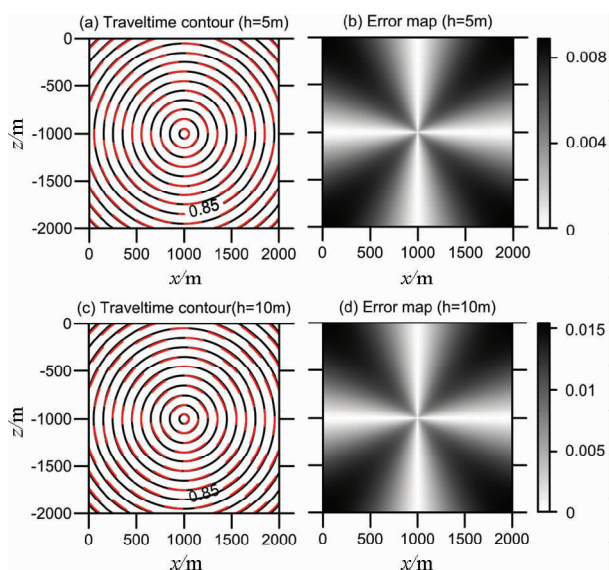


图4 不同网格间距快速推进法(FMM)计算的走时等值线与相应的误差分布。(a)、(b)分别为5 m的网格间距时计算的走时等值线(与解析解对比)及相应的误差分布;(c)、(d)分别为10 m的网格间距时计算的走时等值线(与解析解对比)及相应的误差(绝对误差)分布。黑色实线表示解析解,红色虚线表示数值解,走时等值线与误差分布图单位均为秒。

Fig. 4 Comparisons of the travel times computed by the fast marching method with the analytical solutions and the corresponding error(absolute error)map for different grid spacings. (a) and (b) are the traveltime contours and the corresponding error map respectively, for the grid spacing of 5 m; while (c) and (d) are the traveltime contours and the corresponding error map respectively, for the grid spacing of 10 m. Black solid and red dotted lines are the analytical and numerical solutions, respectively. The units in the traveltime contours and error map both are second (s).

2.2 局部低速体模型

如图6a所示,模型速度为2500 m/s,中心处低速异常体速度为1000 m/s,震源位于(1000,0)处。用两种方法(快速扫描法和快速推进法)计算的走时结果吻合的非常好(图6a),几乎完全重合(为清楚起见,我们选取图6a的局部且放大,见图6b),图(c)为两种方法计算的走时的差异图,由图可见两者的差异很小,最大差异仅0.001 s左右,这说明两种方法在强速度变化的模型中也能得到稳定的、精确的结果,体现了该算法的稳定性。快速扫描法和快速推进法在该模型的计算中所耗费CPU时间分别为0.01和0.02 s,后者是前者的2倍。

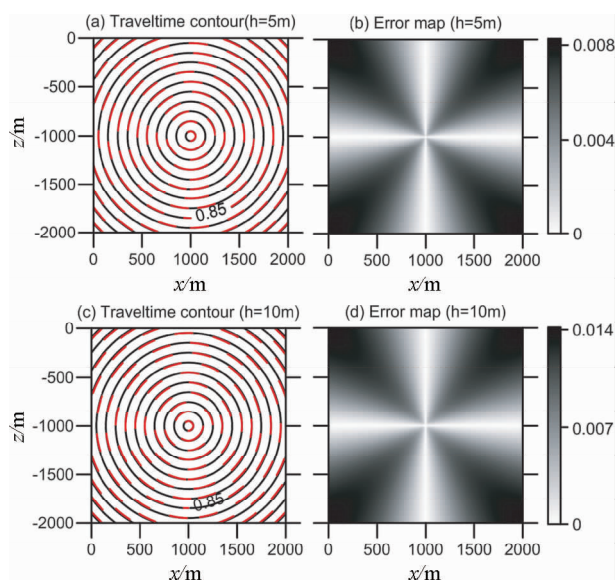


图5 不同网格间距快速扫描法(FSM)计算的走时等值线与相应的误差分布。(a)、(b)分别为5 m的网格间距时计算的走时等值(与解析解对比)及相应的误差(绝对误差)分布;(c)、(d)分别为10 m的网格间距时计算的走时等值(与解析解对比)及相应的误差分布。黑色实线表示解析解,红色虚线表示数值解,走时等值线与误差分布图单位均为秒。

Fig. 5 Comparisons of the travel times computed by the fast sweeping method with the analytical solutions and the corresponding error(absolute error)map for different grid spacings. (a) and (b) are the traveltime contours and the corresponding error map respectively, for the grid spacing of 5 m; while (c) and (d) are the traveltime contours and the corresponding error map respectively, for the grid spacing of 10 m. Black solid and red dotted lines are the analytical and numerical solutions, respectively. The units in the traveltime contours and error map both are second (s).

2.3 Marmousi 模型

图7a为Marmousi模型的试算结果。由图可以看出,两种方法计算的结果依然吻合的很好,几乎看不出差别(为清楚起见,我们选取图7a的局部且放大,见图7b),图(c)为两种方法计算的走时的差异图,二者差异很小,这说明对速度纵横向变化剧烈的Marmousi模型,快速推进法和快速扫描法仍具有很好的稳定性和精度。在相同精度的情况下,快速扫描法所耗费的CPU时间约为快速推进法的1/3。

3 结束语

走时计算在地震资料的叠前偏移与层析成像中

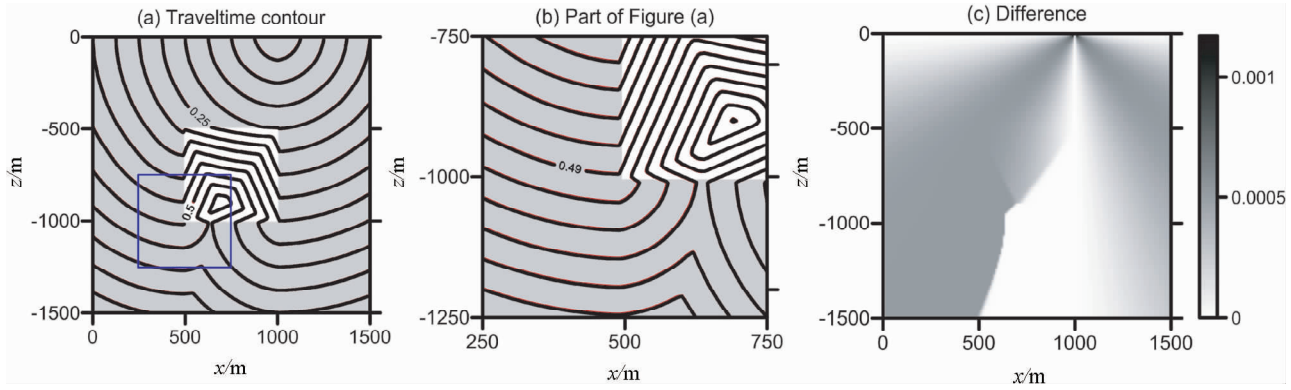


图6 (a)低速异常体模型及用快速推进法和快速扫描法分别计算的走时等值线. 红线表示快速推进法计算的结果, 黑线表示快速扫描法计算的结果. (b)为把(a)的局部区域(如(a)中蓝色的框所示的区域)进行放大的结果. (c)两种方法(快速推进法和快速扫描法)计算结果的差异图. 走时等值线与差异图单位均为秒.

Fig. 6 (a) Seismic low-velocity anomalous body model and traveltimes (contours) computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively. Red and black lines are the traveltimes computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively. Figure (b) is the enlarged result of a local area (indicating by the blue box in Fig. (a)) of Fig. (a). (c) Differences of the traveltimes computed by the two methods, respectively. The units in the traveltime contours and error map both are second (s).

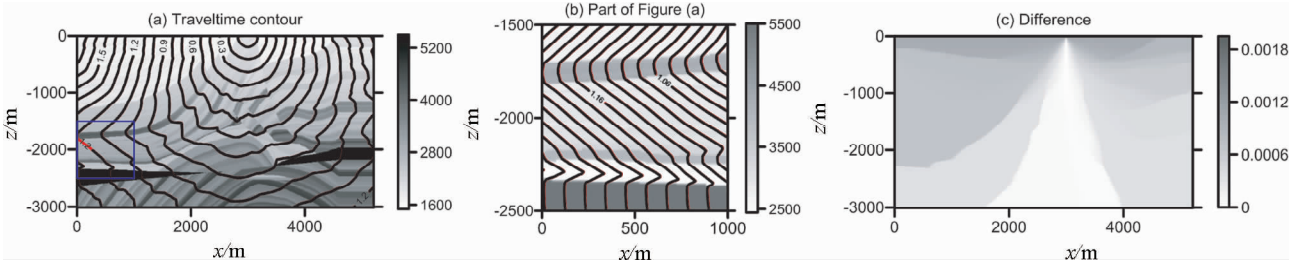


图7 (a)Marmousi 模型及用快速推进法和快速扫描法分别计算的走时等值线. 红线表示快速推进法计算的结果, 黑线表示快速扫描法计算的结果, 蓝色的框表示被放大的区域, 右侧的色标表示模型速度. (b)为把(a)的局部区域(如(a)中红色的框所示的区域)进行放大的结果. (c)两种方法(快速推进法和快速扫描法)计算结果的差异图. 走时等值线与差异图单位均为秒.

Fig. 7 (a) Marmousi model and traveltimes (contours) computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively. Red and black lines are the traveltimes computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively; colourbar shows the velocity. (b) is the enlarged result of a local area (indicating by the blue box in Fig. (a)) of Fig. (a). (c) Differences of the traveltimes computed by the two methods, respectively. The units in the traveltime contours and error map both are second (s).

起重要作用. 基于逆风差分格式的快速推进法和快速扫描法作为有限差分走时计算领域的主流方法. 本文把快速推进法与快速扫描法做一详细对比(计算精度和效率). 结果表明:

1)快速推进法和快速扫描法对纵横向速度变化很大的不均匀介质依然有很好的稳定性和适用性, 均可以准确地计算地震波初至走时.

2)对于相同的模型和在相同的计算条件下, 两种方法的精度相当, 但快速扫描法所耗的 CPU 时

间较快速推进法明显减少, 效率显著提高.

致谢 本研究工作得到了中国科学院地质与地球物理研究所张中杰研究员的悉心指导和帮助. 笔者在此表示衷心的感谢.

参 考 文 献 (References):

[1] Aki K, Richards P G. Quantitative seismology. 2002: Univ Science Books.
 [2] 兰海强, 刘佳, 白志明. VTI 介质起伏地表地震波场模拟. 地球

- 物理学报, 2011, 54(8):2072-2084.
- Lan H Q, Liu J, Bai Z M. Wave-field simulation in VTI media with irregular free surface. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2011, 54(8):2072-2084.
- [3] Hole J. Nonlinear high-resolution three-dimensional seismic travel time tomography. Journal of Geophysical Research, 1992, 97 (B5):6553-6562.
- [4] Lan H and Zhang Z. Three-Dimensional Wave-Field Simulation in Heterogeneous Transversely Isotropic Medium with Irregular Free Surface. 2011, Bull. Seismol. Soc. Am., 101(3):1354-1370.
- [5] Lan H and Zhang Z. Comparative study of free-surface boundary condition in two-dimensional finite-difference elastic wave-field simulation. J. Geophys. Eng., 2011, 8: 275-286.
- [6] Zelt C, Smith R. Seismic traveltime inversion for 2-D crustal velocity structure. Geophysical Journal International, 1992, 108(1):16-34.
- [7] Lan H, Zhang Z. Seismic wave-field modeling in medium with fluid-filled fractures including surface topography. Applied Geophysics, 2012, 9(3):301-312.
- [8] 张中杰, 秦义龙, 陈赞等. 由宽角反射地震资料重建壳幔反射结构的相似性剖面. 地球物理学报, 2004, 47(003):469-474. Zhang Z J, Qin Y L, Chen Y, *et al.* Reconstruction of the semblance section for the crust and mantle reflection structure by wide-angle reflection seismic data. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2004, 47(3):469-474.
- [9] Cerveny V. Seismic ray theory. Cambridge University Press, 2001.
- [10] Xu T, Xu G, Gao E, *et al.* Block modeling and segmentally iterative ray tracing in complex 3D media. Geophysics, 2006, 71:T41-T51.
- [11] Xu T, Zhang Z, Gao E, *et al.* Segmentally Iterative Ray Tracing in Complex 2D and 3D Heterogeneous Block Models. Bulletin of the Seismological Society of America, 100(2): 841-850.
- [12] 徐涛, 徐果明, 高尔根, 等. 三维复杂介质的块状建模和试射射线追踪. 地球物理学报, 2004, 47(006):1118-1126. Xu T, Xu G M, Gao E G, *et al.* Block modeling and shooting ray tracing in complex 3-D media. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2004, 47(6):1118-1126.
- [13] Vidale J. Finite-difference calculation of travel times. Bulletin of the Seismological Society of America, 1988, 78(6):2062.
- [14] Vidale J E. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions. Geophysics, 1990, 55(5):521-526.
- [15] Qin F, Luo Y, Olsen K B, *et al.* Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts. Geophysics, 1992, 57(3):478-487.
- [16] Sethian J A. Fast marching methods. SIAM review, 1999, 41(2):199-235.
- [17] Sethian J A, Popovici A M. Three dimensional traveltimes computation using the Fast Marching Method. Geophysics, 1999, 64(2):516-523.
- [18] Fomel, S., 1997. A variational formulation of the fast marching eikonal solver, in SEP-95: Stanford Exploration Project, 127-147.
- [19] Alkhalifah, T. & Fomel, S., 2001. Implementing the fast marching eikonal solver: spherical versus Cartesian coordinates, Geophys. Prospect., 49, 165-178.
- [20] Rawlinson, N. & Sambridge, M., 2004. Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method, Geophysics, 69(5), 1338-1350.
- [21] Rawlinson, N. & Sambridge, M., 2004. Wave front evolution in strongly heterogeneous layered media using the fast marching method, Geophys. J. Int., 156(3), 631-647.
- [22] Alton, K. & Mitchell, I. M., 2008. Fast marching methods for stationary Hamilton-Jacobi equations with axis-aligned anisotropy, SIAM J. Numer. Anal., 47, 363-385.
- [23] 孙章庆, 孙建国, 韩复兴. 复杂地表条件下快速推进法地震波走时计算. 计算物理, 27(002):281-286. Sun Z Q, Sun J G, Han F X. Traveltime computation using fast marching method under complex topographical conditions. Chinese Journal of Computational Physics, 27(002):281-286.
- [24] 孙章庆, 孙建国, 韩复兴, 等. 波前快速推进法起伏地表地震波走时计算. 勘探地球物理进展, 2007, 30(005):392-395. Sun Z Q, Sun J G, Han F X, *et al.* Traveltime computation using fast marching method from rugged topography. PEG, 2007, 30(5):392-395.
- [25] Zhao H. A fast sweeping method for eikonal equations. Mathematics of computation, 2005, 74(250):603-628.
- [26] Zhao H. Parallel implementations of the fast sweeping method. Mathematica Numerica Sinica, 2007, 25(004):421-429.
- [27] Qian, J., Zhang, Y. T. & Zhao, H. K. A fast sweeping method for static convex Hamilton-Jacobi equations. J. Comput. Phys., 2007, 31, 237-271.
- [28] Qian, J., Zhang, Y. T. & Zhao, H. K. Fast sweeping methods for Eikonal equations on triangular meshes. SIAM J. Numer. Anal., 2007, 45, 83-107.
- [29] Lan, H., and Z. Zhang. Topography-dependent eikonal equation and its solver for calculating first-arrival travel times for an irregular surface. Geophysical Journal International, 2012, in review.
- [30] 刘一峰, 兰海强. 曲线坐标系程函方程的求解方法研究. 地球物理学报, 2012, 55(6):2014-2026. Liu, Y., and H. Lan. Study on the numerical solutions of the eikonal equation in curvilinear coordinate system. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2012, 55(6):2014-2026.
- [31] 李辉. 一类 Hamilton-Jacobi 方程的 Godunov 通量和松弛型快速扫描方法[D]. 2008, 长沙: 湖南大学. Li Hui. The Godunov Fluxes and a Relaxation-type Fast Sweeping Method for a Class of Hamilton-Jacobi Equations [D]. 2008, Changsha: Hunan University.