



赵烽帆, 马婷, 徐涛. 2014. 地震波初至走时的计算方法综述. 地球物理学进展, 29(3): 1102-1113, doi: 10.6038/pg20140313.

ZHAO Feng-fan, MA Ting, XU Tao. 2014. A review of the travel-time calculation methods of seismic first break. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 29(3): 1102-1113, doi: 10.6038/pg20140313.

地震波初至走时的计算方法综述

A review of the travel-time calculation methods of seismic first break

赵烽帆¹, 马婷^{2,3}, 徐涛^{2*}

ZHAO Feng-fan¹, MA Ting^{2,3}, XU Tao^{2*}

1. 中国地震台网中心, 北京 100045

2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 岩石圈演化国家重点实验室, 北京 100029

3. 中国科学院大学, 北京 100039

1. *China Earthquake Networks Center, Beijing 100045, China*

2. *State Key Laboratory of Lithospheric Evolution, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*

摘要 在地震波场中, 初至波到时信息由于初至震相可追踪、易识别性, 在震学领域占有重要的位置, 广泛地应用于叠前偏移、叠前速度分析、地震走时层析成像及地震定位等. 本文主要介绍了四类具有代表性的计算初至波走时的方法: (1) 基于高频近似射线理论方法, 如最短路径方法 (SPM), 及修正后的最短路径方法 (MSPM); (2) 基于程函方程的数值解方法, 如有限差分方法 (FD)、快速推进法 (FMM) 和快速扫描法 (FSM); (3) 基于惠更斯原理的波前构建法 (WFC); (4) 基于频率域波动方程数值解法 (FWQ). 最短路径方法计算精度较高, 稳定性较好, 但其需要采用更多的网格节点, 因此计算效率低; 程函方程数值解法无需计算射线路径, 具有计算效率高、稳定性较好、易于实现等优势, 但其计算精度较低, 可以通过引入高阶差分格式得到提高; 波前构建法计算精度高, 稳定性好, 但其需要在射线网格和规则网格之间做网格转换, 因此计算效率较低; 频率域波动方程方法能适应任意复杂介质, 但其计算精度和计算效率较低.

关键词 初至走时; 最短路径法; 程函方程; 有限差分; 快速推进法; 快速扫描法; 波前构建法; 频率域波动方程法

中图分类号 P631, P315

文献标识码 A

doi: 10.6038/pg20140313

Abstract In the seismic wave field, the first arrival travel-time plays an important role in the field of seismology, which is due to the first arrival phases can be easily traced and identified. The seismic first arrival travel-time field is widely used in seismic prestack migration, velocity analysis, seismic travel-time tomography and earthquake location. This paper mainly introduces four typical seismic first arrival travel-time calculation methods, that is, (1) seismic ray method based on the high-frequency approximation, the commonly used methods are Shortest Path Method (SPM) and Modified Shortest Path Method (MSPM); (2) the method based on the numerical solution of eikonal equation, which mainly include Finite Difference Method (FD), Fast Marching Method (FMM) and Fast Sweeping Method (FSM); (3) Wavefront Construction (WFC) method based on the Huygens principle; and (4) the method based on the frequency domain wave equation (FWQ). The first one has higher computational accuracy and better stability, while it needs more grid points, which may result in low computational efficiency. The calculation of ray paths is not required in the second one, so it has advantages in computational efficiency, stability and realization, but the computational accuracy is lower, which can be improved by introducing the high-order finite difference scheme. The third one can calculate traveltime with high accuracy and stability, while it requires the grid transition between ray grid and regular grid, which may result in low computational efficiency. The last one can adapt any complex medium, but the computational accuracy and efficiency are lower.

Keywords first break; shortest path; eikonal equation; finite difference; fast marching; fast sweeping; wavefront construction; frequency domain wave equation

收稿日期 2013-09-09; 修回日期 2014-01-11.

投稿网址 <http://www.progeophys.cn>

基金项目 中国地震局地震科技星火计划青年项目 (XH14055Y)、中国地震局监测预报司震情跟踪合同制定向工作任务 (2014020412) 和国家自然科学基金 (41174075) 联合资助.

作者简介 赵烽帆, 女, 1983年生, 工程师, 主要从事震源物理及地震活动性研究. (E-mail: weina22@163.com)

* 通讯作者 徐涛, 男, 1978年生, 副研究员, 主要从事地震波传播和壳幔结构成像研究. (E-mail: xutao@mail.iggcas.ac.cn)

0 引言

地震波的传播问题遵循波场理论,即满足弹性波、声波等波动方程. 在地震学领域,相对于动力学信息,获取地震波的运动学信息,即计算地震波的走时尤为关键. 波动方程在WKB理论高频近似下获得的非线性偏微分方程,即程函方程是地震波走时的主要理论,将波动地震学过渡到几何地震学(Cerveny, 2001; Xu *et al.*, 2014).

在所有地震波场中,初至波到时信息由于初至震相可追踪、易识别性,在地震学领域占有重要的位置,广泛地应用于叠前偏移、叠前速度分析、地震走时层析成像及地震定位等(Hole, 1992; 刘洪等, 1995; Zhang *et al.*, 2000; Cerveny, 2001; 赵连峰等, 2003; 徐涛等, 2004, 2007; 张中杰等, 2004; 赵爱华和丁志峰, 2005; 潘纪顺等, 2006; Xu *et al.*, 2006, 2010, 2014; 刘玉柱等, 2009; Lan and Zhang, 2011a, 2011b; 兰海强等, 2012a; 刘一峰和兰海强, 2012; 李飞等, 2013; 卢回忆等, 2013; Ma and Zhang, 2014). 目前,计算初至波走时的方法主要有四类:基于高频近似射线理论的最短路径方法、基于程函方程的数值解方法、基于惠更斯原理的波前构建法、基于频率域波动方程方法.

传统计算初至波走时的方法为地震射线方法,沿程函方程的特征方向,即射线方向求解走时,最常用的是最短路径方法(Nakanishi and Yamaguchi, 1986),该方法预先给定一些离散的网格节点,射线路径必须通过网格节点,网格节点之间的距离权重代表地震波在两点之间的走时,通过图像理论计算出两点之间最短走时路径. Moser(1991)将该方法完善和系统化. 最短路径方法提出后,为了提高算法的计算精度和效率,很多学者对该方法进行了改进. 黄联捷等(1992)基于 Huygens-Fresnel 原理提出了用于图像重建的波前法射线追踪. Fischer 和 Lees(1993)引入新的网络结构使算法更加简洁,并在界面处引入 Snell 定律使算法能找出界面处局部更合理的射线路径. Cao 和 Greenhalgh(1993)提出了最短路径树方法在局部走时中利用 Snell 定律减少计算量,因而提高了计算速度. Klimes 和 Kvasnicka(1994)提出了三维常规网格最短路径算法并用来模拟初至射线及相应走时,同时给出了计算误差上限. 许琨等(1998)改进了最短路径方法中网格节点的布置方式,引入 4 个网格线交点为计算节点并根据计算精度要求自动布置网格线上的网格节点数. 王辉和常旭(2000)在节点走时计算时引入 Bresenham 算法,在最小走时时查询时采用快速排序和插入排序相结合的方式. Van Avendonk 等(2001)将传统弯曲法的一些基本思想融入到最短路径方法中提出了一种新的最短路径方法. 赵连峰等(2003)提出有序波前重构射线追踪. Zhao 等(2004)通过动态调整预先定义的次级波的传播区域提高了最小走时地震射线追踪的计算效率. 赵爱华和张中杰(2004)利用惠更斯原理和费马原理获得了改进型最小走时树方法,其算法的精度、速度和稳健性都有所提高. 黄中玉和赵金州(2004)对最短路径方法的射线路径计算结果采用三点逐次优化法进行优化处理. 张建中等(2003, 2004)提出的动态网络最短路径算法,提高了射线追踪的精度. 张美根等(2006a, b)通过改进波前点的管理方法和限制子波传播方向来提高算法的效

率. Bai 等(2007)提出了三维改进后的最短路径算法,在保证计算精度的前提下大大提高了计算速度. 唐小平和白超英(2009)提出了改进型最短路径下的多次波射线追踪算法. 赵瑞和白超英(2010)研究了复杂层状介质和非规则网格中的最短路径方法.

通过有限差分方法求取程函方程的数值解来获取地震波走时,无需计算射线路径,尤其在获取初至走时方面有很大的优势,是计算初至波走时的重要方法. 不同数值解法的区别在于采取何种有限差分方式来逐步计算震源到网格模型空间中任意点的最小走时,代表性的方法包括经典有限差分法、快速推进法和快速扫描法. 经典有限差分方法由 Vidale 基于扩张波前的思想开创性地提出(Vidale, 1988, 1990),通过计算震源所在网格相邻的两个网格点以及对角网格点的走时,并逐步扩展直至计算全部模型网格点走时,该方法在处理强速度界面会出现不稳定现象,且计算的走时不是最小,后续大量学者在此基础上对该方法进行了各方面的研究和逐步改进. 针对 Vidale 方法在处理复杂介质时出现的算法不稳定现象,许多学者采用了迎风差分格式(van Trier and Symes, 1991; 朱金明和王丽燕, 1992; 周洪波和张泉, 1994; Schneider, 1995; Dellinger and Symes, 1997; Alkhalifah and Fomel, 2001); Podvin 和 Lecomte(1991)在 Vidale 差分格式中引入 Huygens 原理; Osher 和 Shu(1991)引入高阶 ENO 差分格式; Schneider 等(1992)在差分格式中根据 Fermat 原理引入线性插值法的基本思想; Kim 和 Cook(1999)引入 2 阶 ENO 差分格式. 针对 Vidale 方法采用的扩展方式不能处理折射波,并且不满足波前传播规律可能带来的不稳定性和不合理性问题,许多学者也进行了大量深入的研究. Qin 等(1992)改进了 Vidale 的方法,尽可能沿扩张的波前面来计算旅行时,方法和 Vidale 基本相同但他考虑了因果关系,首先寻求上一个近似波前面的旅行时全局极小点,然后向外扩张,但该方法计算机实现较困难,大部分时间要用于寻找全局极值,效率不高. Schneider 等(1992)提出一种盒式强制扫描方式和动态盒式扫描方式对 Vidale 盒式扩展方式进行改进. Kim 和 Cook(1999)提出了一种 PS(Post Sweeping)扫描方式,他们认为这样的扫描方式能解决盒式扩展算法中可能会出现的不稳定性问题. Sethian 等提出了一种称之为快速推进的方法(Fast Marching Method, FMM)(Sethian, 1999; Sethian and Popovici, 1999),该方法利用迎风差分格式求解局部程函方程,采用窄带延拓重建走时波前,利用堆选择技术保存走时,将最小走时放在堆的顶部. 该方法显著缩短了寻找极小值的时间,计算量由波前扩展法的 $O(N^3)$ 减少到 $O(N \cdot \log N)$ ($\log N$ 由堆的排序算法产生),其中 N 是节点数. 快速推进法能确保求得的是每个网格节点上的最小走时场,并且整体上讲窄带技术能相对较好地与波前传播规律相吻合. 近年来,该方法在地震波走时计算领域得到了迅速发展和广泛应用(Fomel, 1997; Rawlinson and Sambridge, 2004a, b; 孙章庆等, 2007; Alton and Mitchell, 2008). Zhao(2005, 2007)提出了一种称之为快速扫描的方法(Fast Sweeping Method, FSM)用于求解一阶非线性双曲型偏微分方程,并指出该方法的计算量为 $O(N)$,并证明了该算法的单调性和稳定性. Qian 等(2007a,

b) 将该方法引入并用于求解走时程函方程。Jeong 和 Whitaker(2008)提出了一种 FIM(Fast Iterative Method)扫描方法。杨昊等(2010)研究了波前扩展中最小走时点选取的数据结构问题。

为了提高射线场发出的整个射线族的计算效率, Vinje 等(1993)基于水平地表条件提出了波前构建法。波前构建法通过采用数值计算的方法求解运动学和动力学射线追踪方程组来进行波前的传播计算, 在波前传播的过程中通过解决插值问题来获得地震波走时、射线路径及振幅信息。在介质速度模型的处理方面, Vinje 等(1993)在二维光滑介质模型中首次应用波前构建法实现了地震波走时、射线路径和振幅的计算; Vinje 等(1996a, b)将波前构建法推广到三维介质模型中; Vinje 等(1999)在前面研究的基础上, 将波前构建法应用到开放模型(open model)上并实现了三维射线追踪的数值模拟; Coman(2003)在波前构建法的基础上将波前初始化射线追踪应用到各向异性介质中; Gibson 等(2005)将波前构建法应用到各向异性介质模型中的数值模拟和速度分析中, 并取得了较好的效果。对于运动学和动力学射线追踪方程组的数值求解问题, Vinje 等(1993)提出该算法时采用二阶 Taylor 展开, 为了提高射线追踪的精度, Vinje 等(1996a, b)采用四阶 Taylor 展开的方法进行求解; Ettrich 和 Gajewski(1996)采用四阶 Runge-Kutta 法来求解射线追踪方程组, 这种方法既满足了计算精度又具有较高的计算效率; 随后一些学者在波前初始化射线追踪中也采用四阶的 Runge-Kutta 法来求解射线追踪方程组(Bulant and Klimeš, 1999; Coman and Gajewski, 2001)。对于波前构建法中的插值问题, Vinje 等(1993)采用的是样条函数插值的方法, 虽然其在精度方面可以达到三阶近似, 但其计算效率较低; Ettrich 和 Gajewski(1996)采用双线性插值; Coman 和 Gajewski(2000, 2001)将双三次样条函数插值引入波前构建法中; 韩复兴等(2008)将二维三次卷积插值算法引入到波前构建法中, 从而提高算法的计算效率和精度。针对网格节点的定位问题及属性转换问题, Vinje 等(1993)通过在旧波前上插入一个虚拟的震源点的方式来计算网格节点; Lambare 等(1996)通过将波前不规则的四边形网格剖分为两个三角形网格的方式实现规则网格节点属性的计算; Ettrich 和 Gajewski(1996)采用矢量叉乘的方式判断网格节点的位置; 韩复兴等(2009)研究了不同网格节点定位法的差异问题并对网格点的相对定位进行了改进。

用有限元、有限差分、伪谱等直接求解波动方程, 不仅能获得初至走时信息, 而且能获得走时场的振幅信息, 但时间域计算量过大, 较少用于计算初至波走时场。有学者首先利用频率域单程波动方程求解波场, 然后拾取最大能量走时及其振幅, 但是这种方法的计算量比较大(Nichols, 1996; Shin *et al.*, 2003a)。Shin 等(2003b)提出利用频率域单程波动方程计算直达波走时并应用于克霍夫偏移。秦义龙等(2005)利用单频双程波动方程模拟算法计算初至走时和振幅, 并提出利用参数分析技术获取最优的复数频率。

除了上述方法之外, 还有学者基于惠更斯原理提出了 HWT(Huygens Wavefront Tracing)方法, 该方法基于 Huygens 原理在射线坐标系下构建了对应 Eikonal 方程的偏

微分方程体系, 并在当前波前点上采用不只一个网格节点进行更新计算(Sava and Fomel, 2001)。

随着地震观测技术的快速发展、探测系统的不断完善、探测的范围也不断扩大且大幅地向纵深方向发展。初至波走时计算中的精度和效率问题越来越引起地球物理学家的关注。本文将主要介绍最短路径法、修正后的最短路径法、经典有限差分法、快速推进法、快速扫描法、波前构建法和频率域波动方程法。

1 基于高频近似的地震射线方法

1.1 最短路径方法

最短路径算法(Shortest Path Method, SPM)以计算精度高、数值计算稳健而著称, 是一种基于网格的算法, 用走时最短的路径来近似地震波射线。Nakanishi 和 Yamaguchi(1986)提出了最短路径算法; Moser(1991)将该方法用于地震射线追踪, 并运用访问模型中特定点的方法来模拟反射波地震。

最短路径方法采用正方形网格剖分(图 1), 并在各网格线上设置一些按一定规律分布的节点, 然后将这些节点用直线连接起来, 从而构建成了速度模型上的一个网络图。在这个网络图中的任意两点之间, 均存在有很多条可能的路径将它们连接起来, 而最短路径方法则是根据 Fermat 原理选取接收点到震源点走时最小的路径来作为该接收点的真实射线路径。

最短路径方法在实现过程中将计算区域内的网格节点分为三种类型: A 类, 表示计算已完成的网格节点(走时和射线路径信息已获得); B 类, 表示与 A 类网格节点邻近且走时和射线路径信息被计算但还未最终确定(没有作过子震源点)的网格节点; C 类, 表示 A、B 类以外的所有网格节点。算法的基本实现步骤为: (1) 选取 B 类网格节点中走时最小的节点, 并将其属性改为 A 类; (2) 更新除(1)中选出的 B 类节点外的所有 B 类节点的走时和射线信息, 同时将邻近的 C 类节点属性改为 B 类, 并计算它们的走时和射线信息; (3) 判断 B 类节点集是否为空, 是则计算结束, 否则跳回(1)继续循环计算。最短路径方法计算射线路径时采用的是从接收点到震源点的反向搜索策略, 即从接收点开始逐次查找当前接收点的上一级子震源直至震源点, 将这些子震源点顺次连接起来就构成了接收点到震源点的射线路径。

1.2 修正后的最短路径方法

Bai 等(2007)提出了三维改进后的最短路径算法(Modified SPM, MSPM), 在保证计算精度的前提下大大提高了计算速度。MSPM 算法与传统的 SPM 在确保射线角度的覆盖率方面有着本质的区别。为了增加射线角度的覆盖, SPM 在波前点的计算时需要向外扩大大量的网格点(Forward Star 技术), 计算效率不高, 同时离波前点很远的网格点的走时只考虑了两点的速度; 为了更好的平衡射线计算精度与计算时间的矛盾, Bai 等(2007)提出的 MSPM, 通过在单元插入次级节点来有效的解决射线角度覆盖问题, 同时这种方法有效减少单元个数, 适应大速度模型。次级节点、炮点和检波点(如不与网格重合)的速度值通过拉格朗日三次线性插值得到, 可更好的适应复杂介质。传统的 SPM 和

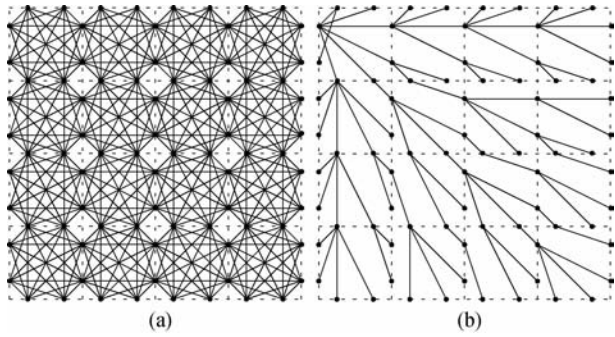


图1 最短路径方法(Moser, 1991)

(a) 模型的网格剖分. 虚线: 网格单元边界; 黑色圆: 节点; 实线: 连接; (b) 射线路径追踪.

Fig. 1 Shortest Path Method (Moser, 1991)

(a) Cell organization of a model. Dashed lines; cell boundaries; black circles; nodes; solid lines; connections; (b) Ray paths tracing.

MSPM 的网格的角度覆盖情况(以二维为例, 见图 2)有很大区别, 前者是通过向外扩大网格点(Forward Star 技术), 来增加射线的角度覆盖; 后者是通过插入很多个次级节点, 大大增加了射线的角度覆盖以获取最小走时. 相比于 SPM 方法, MSPM 方法能适应大网格的速度模型, 有更快的计算速度和较高的计算精度. 具体计算过程如下: 在整个计算过程中, 把所有网格节点的集合 N 分为四个子集: P : 已获得最小走时的节点, 即已作过次级震源的节点集合; Q : 以计算出从 P 中至少一个节点传来的走时, 还没有作为次级震源节点的集合; R : 在 N 中除去 P 、 Q 后剩余的节点集合; $F(i)$: 与震源或次震源直接相连的节点集合. 具体计算算法如下: (1) 初始化. $P = \Phi$, $t(s) = 0$, s 为震源, Φ 为空集; $Q = N$, $t(i) = \infty$, $i \in N$. (2) 选择. 在 Q 中选择走时最小的节点 i , $i \in Q$. (3) 更替. 计算从 i 点传到 j 点的旅行时, 若该值比原值小, 则用该值取代原值, 否则保持不变. 即, 对 $j \in F(i) \cap Q$, $t(j) = \min[t(j), t(i) + d_{ij}]$; 对 $j \in F(i) \cap R$, $t(j) = t(i) + d_{ij}$. 将节点 i 从 Q 转至 P . 迭代判断. 如果 $P = N$ 或 $Q = \Phi$ 停止迭代, 否则

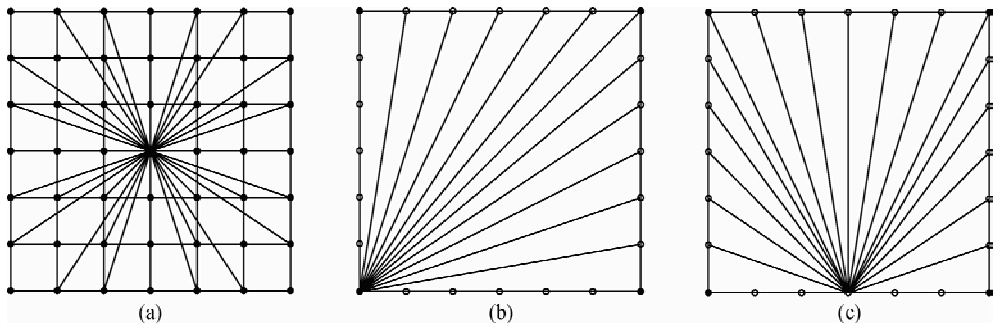


图2 传统的 SPM 网格与改进后的 MSPM 网格的射线角度覆盖情况

(a) 传统 Forward Star 技术; (b) MSPM 网格, 主节点为波前点;

(c) MSPM 网格, 次级节点为波前点; 其中实心圆为主节点, 空心圆为次级节点.

Fig. 2 Ray angle coverage for traditional SPM grid and MSPM grid

(a) Traditional Forward Star technique; (b) MSPM grid, primary nodes are wavefront points; (c) MSPM grid, secondary nodes are wavefront points. Solid circles denote primary nodes, hollow circles denote secondary nodes.

转向(2). 确定从震源点到某一点的波传播射线路径, 是从该点开始向震源逆向搜寻处理的过程. 在从震源点开始扩展波前的过程中, 存储下各个最小走时节点的前一级次震源点. 确定射线路径时, 从接收节点开始, 依次找出前一级次震源点的位置, 直到震源点结束. 图 3 显示了该方法对 Marmousi 模型的一个应用实例(Bai, *et al.*, 2007). 该模型包含了许多复杂的特征, 例如盐丘构造, 断层, 薄层, 以及强弯曲界面(图 3a). 炮点位于模型底部($x = 6000$ m, $z = -2800$ m)处, 384 个检波器的排列(间隔 24 m)位于模型顶部.

2 基于程函方程的数值解方法

2.1 经典有限差分法

有限差分法(Finite Difference Method, FD)最早由 Vidale 在 1988 年提出, 并于 1990 年将该方法推广到三维. 该算法采用有限差分离散程函方程, 并结合一定的波前扩展方式来计算模型的初至走时. 因此, FD 最核心的两个问题是: (1) 采用怎样的差分格式离散 Eikonal 方程; (2) 采用怎样的波前扩展方式. 关于这两个问题, 前者主要影响算法的计算精度和稳定性, 后者主要影响算法的计算效率和合理性.

二维程函方程为

$$\left[\frac{\partial t(x, z)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial t(x, z)}{\partial z} \right]^2 = s^2(x, z), \quad (1)$$

如图 4a 所示, 设地震波到达 A 、 B_1 、 B_2 点的走时分别为 t_0 、 t_1 、 t_2 , 方程中的两个微分项可用有限差分近似表示为

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{2h} (t_0 + t_2 - t_1 - t_3), \quad (2a)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{2h} (t_0 + t_1 - t_2 - t_3), \quad (2b)$$

式中 h 表示网格单元边长. 将以上两式带入方程(1), 可以得到 C_1 点的走时(图 4a)为

$$t_3 = t_0 + \sqrt{2(hs)^2 - (t_2 - t_1)^2}, \quad (3)$$

该式为平面波外推公式.

为保证波前曲率较大时的走时计算精度, Vidale 又提出了一种球面波外推公式. 取 A 点为坐标原点, 设波阵面曲

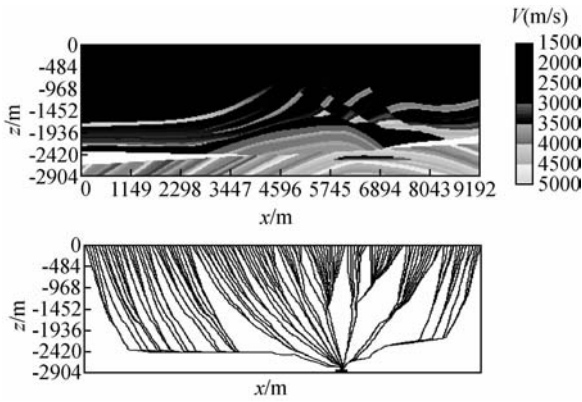


图3 2D Marmousi 模型应用实例(Bai et al., 2007)

上图: Marmousi 模型; 下图: 沿顶部 72 m 间隔检波器排列的射线路径。

Fig. 3 Example for 2D Marmousi model (Bai et al., 2007)

Upper diagram: Marmousi model; bottom diagram: corresponding selected raypaths for receivers at 72 m spacing along top surface.

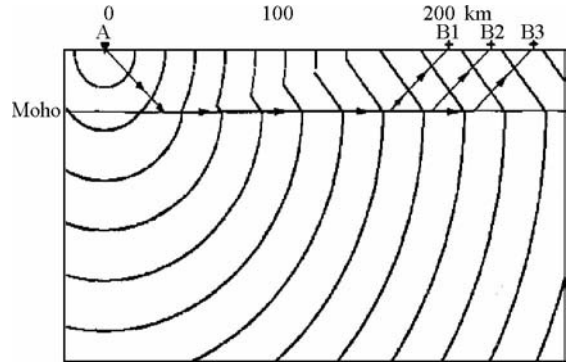


图5 高速半空间上存在低速层模型的有限差分法走时结果(Vidale, 1988)

波前位置间隔 3-sec, 从震源位置 A 到检波器 B1, B2, B3 的最小走时射线路径也显示在图中。

Fig. 5 FD results for a high-velocity half-space below a low-velocity layer (Vidale, 1988)

Location of the wavefront is at 3 s intervals. Minimum travel-time paths from a source at A to receivers at B1, B2, and B3 are also show.

率中心的坐标及走时分别为 $(-x_s, -z_s)$ 和 t_s , 则点 A, B_1, B_2 和 C_1 的走时分别为

$$t_0 = t_s + s \sqrt{x_s^2 + z_s^2}, \tag{4a}$$

$$t_1 = t_s + s \sqrt{(x_s + h)^2 + z_s^2}, \tag{4b}$$

$$t_2 = t_s + s \sqrt{x_s^2 + (z_s + h)^2}, \tag{4c}$$

$$t_3 = t_s + s \sqrt{(x_s + h)^2 + (z_s + h)^2}, \tag{4d}$$

上式为球面波外推公式。计算中可单独使用(3)式或(4)式进行走时外推, 或者将二者结合使用。

在算法的整体实现方面, Vidale 采用的是波前扩展方式, 如图 4b 所示。在环内的点的走时为已知, 环外的为未知。按四角的点顺序地求出四面的解, 这里从右边开始来求解图 4b 中矩形框中的点的走时。图 4c 所示为一个环的一边的求解例子。在该行上的点按从左至右的顺序检查并确定相对最

小点。相对最小即是对相邻点的时间的相对最小。为确定边缘上的第一个点的时间, 必须使用公式(1)的非中心的有限差分。应用平面波的公式为

$$t_3 = t_0 + \sqrt{(hs)^2 - 0.25(t_2 - t_1)^2}, \tag{5}$$

其中, t_3 为未知时间, t_0 为在内侧行的相对最小时间, t_1 和 t_2 为时间等于 t_0 点两侧点的时间。在每个相对最小的点开始沿每行求解旅行时间直到遇到相对最大的值。完成整行的从左到右的扫描后, 再按相反的方向扫描, 然后剩余的点从相对最小到相对最大的顺序求解。相对最小是指从两边求解出两个旅行时取其中最小。一旦四条边的时间以此方式求解出, 则四角的时间也可得出。随后就可以计算下一环。重复上述方法, 整个二维节点上的旅行时就都可计算出来了。

有限差分法计算走时可用于地震定位, Kirchhoff 偏移,

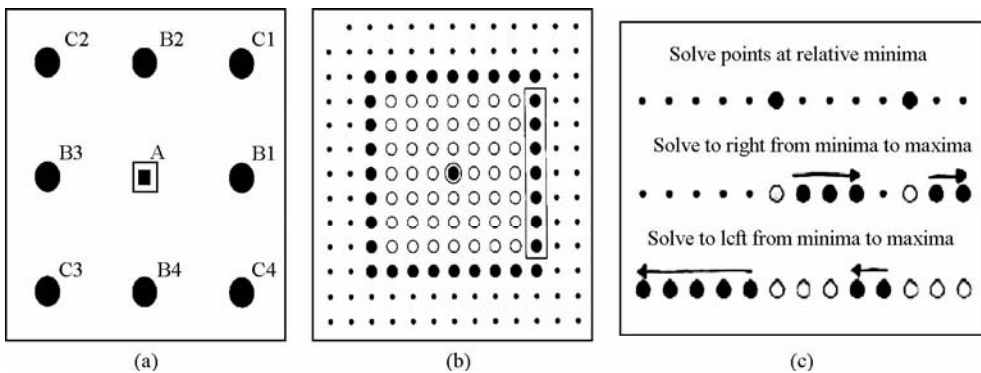


图4 有限差分法算法示意图(Vidale, 1988)

(a) 网格节点 A 及周围的 8 个点; (b) 外推计算二维节点走时示意图; (c) 节点走时计算的顺序。

Fig. 4 Schematic diagram of finite difference algorithm (Vidale, 1988)

(a) The grid point A and the eight points in the ring surrounding point A; (b) Schematic diagram of extrapolation of 2D node travel-time; (c) Sequence of calculating the node travel-time.

走时层析成像等. 图 5 显示了高速半空间(8.0 km/s)上存在一个 30 km 厚的低速层(6.0 km/s)模型的走时结果. 其可以追踪到折射波的射线路径.

2.2 快速推进法

与有限差分类似, 离散偏微分方程(1)的逆风差分格式为:

$$[(t_{i,j}^h - t_{xmin}^h)^+]^2 + [(t_{i,j}^h - t_{ymin}^h)^+]^2 = s_{i,j}^2 h^2, \quad i=2, \dots, I-1, j=2, \dots, J-1, \quad (6)$$

其中, $t_{xmin}^h = \min(t_{i-1,j}^h, t_{i+1,j}^h), t_{ymin}^h = \min(t_{i,j-1}^h, t_{i,j+1}^h), h$ 为空间步长, 且

$$(f)^+ = \begin{cases} f, & f > 0 \\ 0, & f \leq 0 \end{cases}, \quad (7)$$

在计算区域的边界处采用一阶差分近似. 例如, 在左侧边界点 $t_{1,j}$, 在 x 方向上用一阶差分, 程函方程可离散为

$$[(t_{1,j}^h - t_{2,j}^h)^+]^2 + [(t_{1,j}^h - t_{ymin}^h)^+]^2 = s_{1,j}^2 h^2. \quad (8)$$

图 6 描述了用快速推进法(Sethian, 1999; Sethian and Popovici, 1999; 兰海强等, 2012b)求解离散的程函方程的详细过程. 首先初始化震源点, 其走时在后续计算中保持不变. 我们把震源点周围的点的走时按从小到大的顺序存在一个数组里, 那么它就构成了这一时刻的波前. 取出其中的最小值, 固定它的值(在后续迭代中保持不变), 所有周围未被固定的点的值可按下式进行迭代:

$$t_{i,j} = \begin{cases} \min(t_{xmin}, t_{ymin}) + s_{i,j} \cdot h_{i,j}, & |t_{xmin} - t_{ymin}| \geq s_{i,j} \cdot h_{i,j}, \\ \frac{t_{xmin} + t_{ymin} + \sqrt{2s_{i,j}^2 \cdot h_{i,j}^2 - (t_{xmin} - t_{ymin})^2}}{2}, & |t_{xmin} - t_{ymin}| < s_{i,j} \cdot h_{i,j}, \end{cases} \quad (9)$$

将每一个新计算出来的网格点都放进波前数组里, 利用堆选择技术保存旅行时, 然后再从堆栈里取出最小值, 更新周围未被固定的点的走时, 依次重复, 直至遍布整个计算空间.

2.3 快速扫描法

快速扫描法(Zhao, 2005, 2007; 兰海强等, 2012b)的主要思想是基于因果关系将走时场传播的方向分成有限个组, 对于每一组分别利用 Gauss-Seidel 迭代方法求解非线性逆风差分格式离散化后的方程组. 每一次 Gauss-Seidel 迭代也称为一次扫描, 每次扫描(Gauss-Seidel 迭代)按一定的方向求解沿该方向传播的走时场, 这里以二维为例.

二维情形走时场传播的所有方向可分为四组: 右上、左上、左下和右下. 初值在这四个方向上依次传播. 我们可以通过四组不同顺序的 Gauss-Seidel 迭代, 即(1) $i=1, j=1:J$, (2) $i=I, j=1:J$, (3) $i=I, j=J:1$, (4) $i=1, j=J:1$, 并结合逆风差分格式分别求解沿这四组方向传播的走时. 图 7 说明了对于一个独立初始点的走时函数为什么可以经过四次不同顺序的扫描而收敛. 事实上, 第一象限内 (i, j) 点的走时 $t_{i,j}^h$ 只依赖于它的左侧点 $(i-1, j)$ 的走时 $t_{i-1,j}^h$ 及下方点 $(i, j-1)$ 的走时 $t_{i,j-1}^h$, 而二者已经计算得到了正确值, 这是因为在第一次扫描中二者可以递归地追溯到初始点. 这样, 在第一次扫描过后, 我们得到了第一象限内和 x, y 正半轴上所有节点的正确的走时(x, y 正半轴上所有节点的走时分别只依赖于它的左侧点或下方点的走时). 同样, 在第二次扫描过后, 第二象限内和 x 负半轴上所有节点的正确走时也已

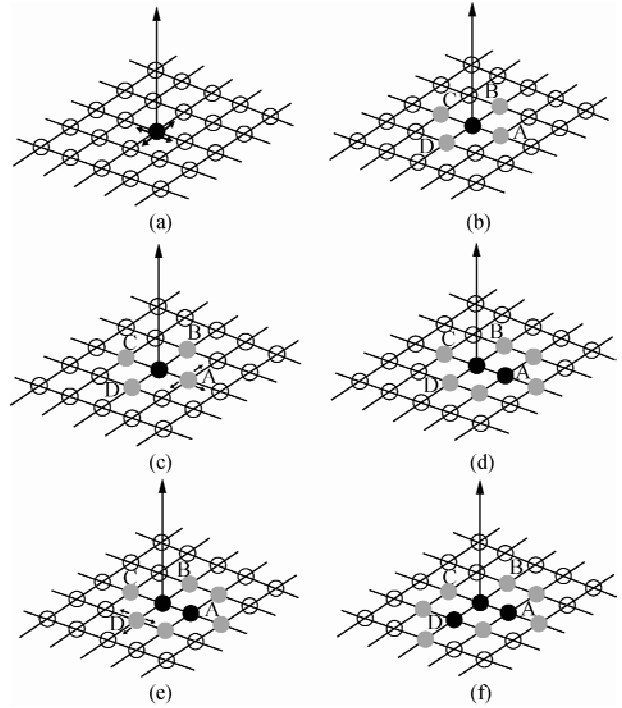


图 6 快速推进法更新步骤(兰海强等, 2012b)

网格点可以被分为: 活动点、试验点和远点. 活动点(黑色)是走时已经知道的点. 试验点(灰色)是活动点周围的点, 这些点上的走时将被计算. 试验点的集合被称作窄带. 随着窄带的推进, 窄带内的点逐渐被更新为活动点. 远点表示走时还未计算的点. 当走时传播时, 远点逐渐变为试验点. 图(a~f)显示了走时传播的顺序: (a) 黑色的点表示初始的震源点; (b) 计算黑点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点; (c) 取出试验点中走时最小的点(假设为‘A’); (d) 计算 A 点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点; (e) 取出试验点中走时最小的点(假设为‘D’); (f) 计算 D 点周围的点的走时, 这些点由远点变为试验点. 如此循环直至遍布整个计算空间.

Fig. 6 Updating procedure for the fast marching method (Lan et al., 2012b)

Grid points are classified as ‘alive’, ‘trial’ and ‘far’. ‘Alive’ points (in black) are those where the values of T are known. ‘Trial’ points (in grey) are those around the curve (of ‘alive’ points), at which the propagation is to be computed. The set of trial points is called the narrow band. To compute the propagation, points in the narrow band are updated to ‘alive’, while the narrow band advances. ‘Far’ points (in white) are those at which the propagation has not yet been computed. During the propagation, the far points are converted into trial points. Figures (a~f) provide an explanation of this sequence: in (a) the black point (alive) represents the initial point; in (b) the value of T is computed in the neighborhood of the black point; the points in this neighborhood are converted from far (white) to trial (gray) points; in (c) the trial point with the smallest value of T is chosen (for example ‘A’); in (d) values of T are computed in the neighborhood of point A, converting them from far to trial; In (e) the trial point is chosen that has the smallest value of T (for example, ‘D’); in (f) points in the neighborhood of D are converted from far to trial, and the procedure continues in this manner.

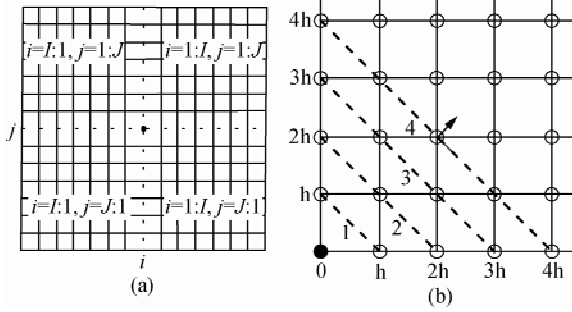


图 7 二维程函方程中的快速扫描方法(兰海强等, 2012b)
 (a) 二维程函方程中的快速扫描方法. 两条虚线分别表示 x, y 轴, 震源位于原点, 每个象限中的数字分别表示适合计算该象限走时场的扫描顺序; (b) 第一象限走时场的快速扫描法计算. 虚线 2 上的点的走时只依赖于虚线 1 上的点的走时; 坐标轴上的点的走时与坐标轴外点的走时无关(如 x 轴正半轴上的点的走时只依赖于它左侧点的走时, y 轴正半轴上的点的走时只依赖于它下方点的走时); 而 4 个象限被 x, y 轴隔开, 因此在扫描过程中在某一象限传播的走时不会穿过 x, y 轴而在其它象限传播, 即在扫描过程中某个象限内点的走时只依赖于本象限内点的走时, 与其它象限点的走时无关.

保持不变. 第四次扫描过后, 我们就得到了满足离散方程组的所有节点的正确走时.

该方法计算步骤主要包含初始化、交替扫描和收敛判断三个步骤. 具体如下:

(1) 初始化: 在震源点上赋初值为 0, 震源点周围的四个点上赋值为精确值以避免一阶数值误差, 这些点上的走时在迭代过程中保持不变. 其它网格点上的初值设为一个较大的值(远大于所有计算点最终能算出的走时值), 这些点上的走时在后续计算时会被更新.

(2) 交替扫描: 在交替的 4 个方向上, 使用 Gauss-Seidel 型迭代法求解离散的非线性方程组. 在每一个走时未被固定的网格点, 根据(9)式计算出 \bar{t} , 与原值比较, 取较小值作为当前值 $t_{i,j}^{new} = \min(t_{i,j}^{old}, \bar{t})$. 我们分别按四个方向彻底扫描一遍 (1) $i=1: I, j=1: J$, (2) $i=I: 1, j=1: J$, (3) $i=I: 1, j=J: 1$, (4) $i=1: I, j=J: 1$.

(3) 收敛判断: 如果 $\|t^{new} - t^{old}\| \leq \delta$, 那么迭代收敛, 结束; 如果不收敛, 那么继续迭代直至收敛为止. δ 是给定的控制迭代停止的极小值. 我们可以得到方程(1)的解为

$$t_{i,j} = \begin{cases} \min(t_{xmin}^h, t_{zmin}^h) + s_{i,j}h, & |t_{xmin}^h - t_{zmin}^h| \geq s_{i,j}h, \\ \frac{t_{xmin}^h + t_{zmin}^h + \sqrt{2s_{i,j}^2 h^2 - (t_{xmin}^h - t_{zmin}^h)^2}}{2}, & |t_{xmin}^h - t_{zmin}^h| < s_{i,j}h. \end{cases} \quad (10)$$

Fig. 7 The fast sweeping algorithm for the eikonal equation in two dimensions. (Lan et al., 2012b)
 (a) The fast sweeping algorithm for the eikonal equation in two dimensions. The two dotted lines denote x and y axis, respectively; the source is located at the origin, the numbers in each quadrant mean the appropriate sweep order for this quadrant; (b) The traveltime calculation with the fast sweeping method in the first quadrant. Traveltimes at grid points on the dashed line two are determined by values at grid points on dashed line one, etc. Moreover the four quadrants are separated by two grid lines, i.e., the x and y axes. The traveltimes of grid points on these two lines do not depend on any values of grid points off these two lines. So the propagation of traveltimes in one quadrant during the corresponding sweep cannot cross these two lines into other quadrants.

接下来, 我们展示一个对比快速推进法和快速扫描法的算例. 图 8a 为 Marmousi 模型的试算结果. 由图可以看出, 两种方法计算的结果依然吻合的很好, 几乎看不出差别(选取图 8a 的局部区域放大, 见图 8b), 图 8c 为两种方法计算的走时的差异图, 二者差异很小, 这说明对速度纵横向变化剧烈的 Marmousi 模型, 快速推进法和快速扫描法仍具有很好的稳定性和精度. 在相同精度的情况下, 快速扫描法所耗费的 CPU 时间约为快速推进法的 1/3.

得到, 且第一象限内和 x, y 正半轴上的所有节点的走时因为已经达到最小且满足离散方程组, 它们的值在第二次扫描中不会发生改变. 第三次扫描过后, 第三象限内和 y 轴负半轴的所有节点也得到正确的走时, 且前两次扫描得到的正确值

3 基于惠更斯原理的波前构建法

Vinje 等 (1993) 首次提出了波前构建法 (Wavefront Construction, WFC). 如图 9 所示, 与其他射线追踪方法相

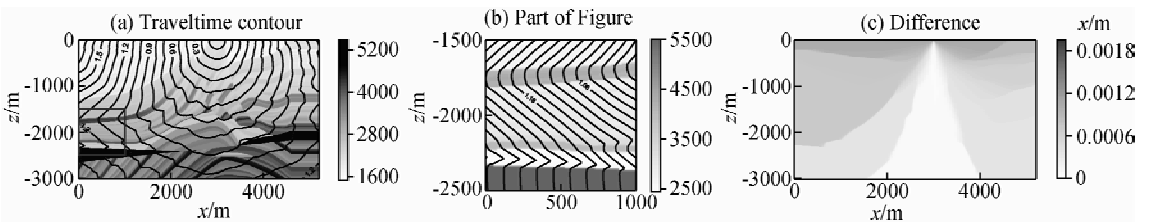


图 8 Marmousi 模型快速推进法和快速扫描法计算结果(兰海强等, 2012b)

(a) Marmousi 模型及用快速推进法和快速扫描法分别计算的走时等值线. 红线表示快速推进法计算的结果, 黑线表示快速扫描法计算的结果, 蓝色的框表示被放大的区域, 右侧的色标表示模型速度; (b) 为把 (a) 的局部区域(如 (a) 中蓝色的框所示的区域) 进行放大的结果; (c) 两种方法(快速推进法和快速扫描法) 计算结果的差异图. 走时等值线与差异图单位均为秒.

Fig. 8 Marmousi model results computed by the fast marching method and fast sweeping method (Lan et al., 2012b)
 (a) Marmousi model and traveltimes (contours) computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively. Red and black lines are the traveltimes computed by the fast marching method and fast sweeping method, respectively; colourbar shows the velocity; (b) is the enlarged result of a local area (indicating by the blue box in Fig. (a)) of Fig. (a); (c) Differences of the traveltimes computed by the two methods, respectively. The units in the traveltime contours and error map both are second (s).

比,该方法将时间参数作为算法在实现过程中的自变量.算法是通过运动学和动力学射线追踪方程组进行数值分析来模拟波前的传播过程的,并通过各种插值方法来求取地震波的射线路径、走时及振幅等参数.

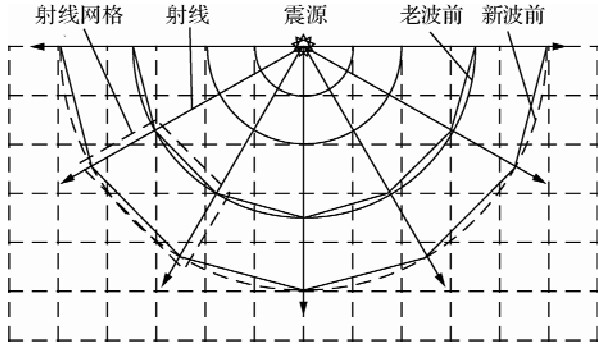


图9 波前构建法示意图

图中连接在一起的实线梯形网格为射线网格,虚线矩形网格为规则网格,其走时信息是利用射线网格上的已知走时信息通过插值来求取的.

Fig. 9 Schematic diagram of wavefront construction method

The trapezoidal grids connected together by solid lines are ray grids. Dashed rectangular grids are regular grids. The travel-time on regular grids is interpolated using known travel-time on the ray grids.

波前构建法主要由两套方程组组成:一是运动学射线追踪方程组,该方程组主要用来计算射线路径及走时;另一个是动力学射线追踪方程组,该方程组主要用来计算射线振幅信息及相位.在计算的过程中,两套方程组可以单独使用,也可以同时使用,依次获得地震波的走时、射线路径及振幅信息.

该算法的基本思想(以二维情况为例,如图9所示)为:若定义时间 τ_i 上的由所有射线组成的波前面为 i ,那么下一个波前面 $i+1$ 就可以由波向前传播一个固定的时间长度 $\Delta\tau$ 后的所有射线组成.波在传播过程中的射线参数是通过二元四阶的Runge-Kutta法对运动学射线追踪系统常微分方程进行数值分析来确定的.波前构建法的实现过程如下:(1)速度模型的读取及光滑处理.在应用波前构建法射线追踪之前,首先必须将速度模型读入到程序中,在实际地震资料处理中,速度信息一般是以规则网格数据形式给出的,为了能够在波前构建法中应用,必须在读入后对模型进行光滑处理,而在这个过程中,必须考虑不同的光滑算子、次数、因子等因素对模型带来的影响.(2)震源的初始化.在经过光滑处理后,必须通过一定的初始化程序来产生初始的波前,具体的过程是根据震源的初始位置、射线的初始密度、射线的初始角度来计算出初始波前的位置和初始射线的几何属性.(3)数值法计算波前传播.由于波前构建法以时间为参数,随着时间的推移,波前不断往前传播,在此过程中必须选择好插值方法.在上述步骤完成之后,得到的是以规则网格数据形式给出的射线走时和慢度矢量.图10显示了该方法对带有强速度差介质模型的计算结果.震源位于(4.5, 1.0) km

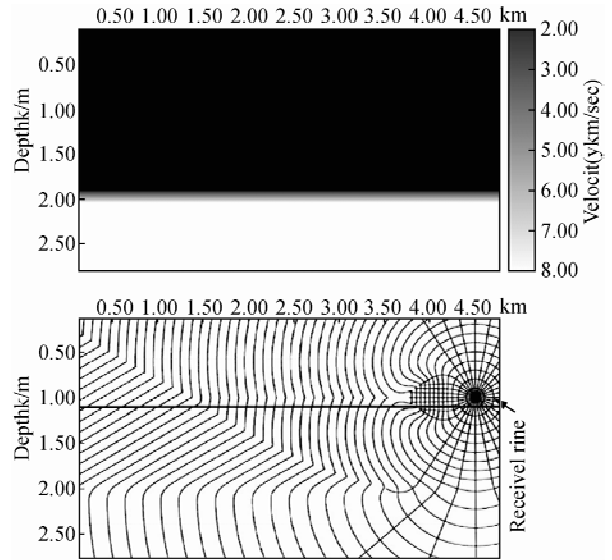


图10 带有强速度差介质模型的波前构建法计算结果(Vinje, 1993)

上图:下层为高速介质的均匀介质中有一圆柱体的模型.圆柱体速度为2 km/s,上层为4 km/s,下层速度为8 km/s.分界面用0.25 km的算子进行光滑.下图:波前构建法计算结果.波前间隔为0.025 s.检波器排列位于模型(0.1, 1.1)到(4.8, 1.1) km之间.

Fig. 10 WFC result for a model with strong variation in velocity (Vinje, 1993)

Upper diagram: A cylindrical body is buried in a homogeneous background with a high-velocity lower layer. The velocities are 2 km/s in the cylinder, 4 km/s in the upper layer and 8 km/s in the lower layer. The interfaces are smoothed by a 0.25 km operator. Bottom diagram: The result is calculated by wavefront construction. The wavefront interval is 0.025 s. A receiver line is placed in the model from (0.1, 1.1) to (4.8, 1.1) km.

处(靠近圆柱体).射线路径和波前(0.025 s间隔)显示在图10的下图中.这里存在来自下层高速介质的折射波以及圆柱体后的屏蔽区.

4 基于频率域波动方程法

均匀各向同性介质中频率域声波方程可以表示为

$$\nabla^2 U + \frac{\omega^2}{v^2} U = f(\omega), \quad (11)$$

其中, U 表示波场, ω 表示角频率, v 表示速度场; ∇^2 为拉普拉斯算符.其有限差分求解公式可表示为(Shin *et al.*, 2001)

$$[K(m) + i\omega C(m) - \omega^2 M(m)]U(m, \omega) = f(\omega), \quad (12)$$

其中, M , C 和 K 分别是 $n \times n$ 的(n 是模型网格节点数)质量矩阵,衰减矩阵和刚度矩阵(Shin *et al.*, 2001), f 和 U 分别是 $n \times 1$ 的震源和波场数据矢量, m 是由模型参数(速度和密度)组成的矢量.方程(12)可以进一步简化为

$$S(m, \omega)U(m, \omega) = f(\omega), \quad (13)$$

式中, $S = K + i\omega C - \omega^2 M$.在实际中,把矩阵 S 分解成一个上

三角矩阵和一个下三角矩阵的乘积,然后通过追赶法求解频率域波场 U .

这里,为了压制频率域的折叠效应,使用复数频率,即 $\omega^* = \omega + i\alpha$. 其中, ω^* 是复数角频率, α 是衰减因子. 根据傅里叶变换理论可知,复数频率的虚部相当于衰减因子,即对时间域的信号乘以因子 $e^{-\alpha t}$. 因此衰减因子足够大的时候,时间域的波场可以近似地表示为一个脉冲函数

$$U(x, z, t) = \tilde{A}(x, z, t) \delta(t - \tau(x, z)), \quad (14)$$

其中, $\tilde{A}(x, z, t) = A(x, z, t) e^{-\alpha t}$, $A(x, z, t)$ 是地下介质某一深度点上的振幅, $\tau(x, z)$ 是震源到地下某一深度点的地震波走时, δ 是脉冲函数. 方程(14)在频率域可表示为

$$U(x, z, \omega) = \tilde{A}(x, z) e^{-i\omega\tau(x, z)}, \quad (15)$$

公式(15)又可分解为

$$\begin{aligned} U(x, z, \omega) &= \tilde{A}(x, z) \cos(-\omega\tau(x, z)) + \\ & i \tilde{A}(x, z) \sin(-\omega\tau(x, z)) \\ &= X + iY, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $X = \tilde{A}(x, z) \cos(-\omega\tau(x, z))$, $Y = \tilde{A}(x, z) \sin(-\omega\tau(x, z))$. 由(7)式可以得到初至走时的计算公式,即

$$\tau = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \frac{1}{\omega}, \quad (17)$$

同时,初至走时的振幅可表示为

$$A(x, z) = \frac{X}{\cos(-\omega\tau(x, z))} e^{\alpha\tau}. \quad (18)$$

这样,先计算得到波场,然后利用公式(17)和(18)即可计算初至走时及其振幅.

正确的走时和振幅的计算需要选择合适的频率和衰减因子. 大的衰减因子可以更好地压制初至走时以后的能量,提高初至走时拾取的精度,但是一个大的衰减因子需要更小的网格间距来减小频散效应,致使计算量增大;小的衰减因子可以提高计算效率,但是初至走时拾取的误差增大. 同时,由于频率域波场相位的较大的折叠效应,较大的频率会导致误差的急剧增大. 频率和衰减因子的选取详见秦义龙等(2005). 图 11 显示了该方法应用于 Marmousi 模型的计算结果.

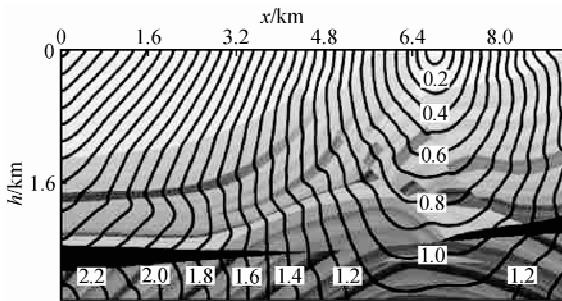


图 11 频率域波动方程法 Marmousi 模型走时计算结果(秦义龙等, 2005)

震源位于距地表 6.8 km 处,图中数字单位为 s

Fig. 11 Marmousi model result computed by frequency-domain wave equation method (Qin *et al.*, 2005)

The source is located at 6.8 km of the surface, unit in figure is second.

5 结论

本文主要介绍了目前计算初至波走时的四类主要方法:基于高频近似射线理论的最短路径方法、基于程函方程的数值解方法、基于惠更斯原理的波前构建法、基于频率域波动方程方法. 对于上述四类方法,最短路径法将图形理论和地震波射线理论有机结合,并采用网格剖分模型,算法有相对较高的计算精度和较好的稳定性,并且在复杂介质中有较好的适应性,但其计算量较大且计算效率低,另外,SPM 是通过减小网格或者扩大网格点(Forward Star 技术)来增加角度覆盖次数以获取最小走时, MSPM 法是通过插入多个次级节点来增加角度覆盖次数以获取最小走时,与 SPM 相比有更快的计算速度和较高的计算精度. 有限差分法以小的矩形网格单元划分表征模型空间,近似认为地震波在网格单元内以平面波形式传播,在此基础上通过程函方程的有限差分算子计算出地震波从震源出发到所有网格点的初至走时,算法主要包括差分格式和波前扩展方式两个方面,在所有差分格式中,迎风差分格式计算简洁且无条件稳定,在波前扩展方式方面,快速推进法和快速扫描法对不均匀介质依然有很好的稳定性和适用性,且二者的计算精度相当,而快速扫描法的效率较高,因此,程函方程数值解法已具有稳定性好,计算效率高,易于实现等优势,且其还可以通过引入高阶差分格式来提高算法的计算精度. 波前构建法可以获取介质模型的走时信息、射线路径信息以及振幅信息,并且能灵活处理地震波在复杂介质中传播出现的多值走时问题,其算法稳定性较好,计算精度较高,但其计算效率较低. 频率域波动方程法通过在模拟算法中加入一个衰减因子来压制初至走时之后的能量,从而利用频率域波场的相位项和振幅项计算走时和振幅,其能适应于任意复杂介质,但是计算效率较低.

致谢 感谢中国科学院地质与地球物理研究所滕吉文院士的悉心指导;感谢白志明副研究员、兰海强博士、刘有山博士生有益的讨论和建议.

References

- Alkhalifah T, Fomel S. 2001. Implementing the fast marching eikonal solver: spherical versus Cartesian coordinates [J]. *Geophysical Prospecting*, 49(2): 165-178.
- Alton K, Mitchell I M. 2008. Fast marching methods for stationary Hamilton-Jacobi equations with axis-aligned anisotropy [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 47(1): 363-385.
- Bai C, Greenhalgh S, Zhou B. 2007. 3D ray tracing using a modified shortest-path method [J]. *Geophysics*, 72(4): T27-T36.
- Bulant P, Klimeš L. 1999. Interpolation of ray theory traveltimes within ray cells [J]. *Geophysical Journal International*, 139(2): 273-282.
- Cao S, Greenhalgh S. 1993. Calculation of seismic first-break time field and its ray path distribution using a minimum traveltime tree algorithm [J]. *Geophysical Journal International*, 114(3): 593-600.
- Cerveny V. 2001. *Seismic ray theory* [M]. Cambridge University Press.
- Coman R, Gajewski D. 2000. 3D Wavefront Construction Method with Spherical Interpolation [C]. 62nd EAGE Conference & Exhibition.

- Coman R, Gajewski D. 2001. 3D Traveltime and migration weight computation using wavefront oriented ray tracing [C]. 63rd EAGE Conference & Exhibition.
- Coman R A. 2003. Computation of multivalued traveltimes in three-dimensional heterogeneous media [J]. Hamburg: University of Hamburg.
- Dellinger J, Symes W W. 1997. Anisotropic finite-difference traveltimes using a Hamilton-Jacobi solver [C]. Expanded Abstracts, Society of Exploration Geophysicists, 1786-1789.
- Etrich N, Gajewski D. 1996. Wave front construction in smooth media for prestack depth migration [J]. Pure and Applied Geophysics, 148(3/4): 481-502.
- Fischer R, Lees J M. 1993. Shortest path ray tracing with sparse graphs [J]. Geophysics, 58(7): 987-996.
- Fomel S. 1997. A variational formulation of the fast marching eikonal solver [J]. SEP-95: Stanford Exploration Project, 127-147.
- Gibson Jr R L, Durussel V, Lee K J. 2005. Modeling and velocity analysis with a wavefront-construction algorithm for anisotropic media [J]. Geophysics, 70(4): T63-T74.
- Han F X, Sun J G, Yang H. 2008. Ray-tracing of wavefront construction by bicubic convolution interpolation [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition) (in Chinese), 38(2): 336-340.
- Han F X, Sun J G, Sun Z Q. 2009. Study on grid point positioning and attribute evaluation with the method of wavefront construction [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 24(5): 1748-1756.
- Hole J. 1992. Nonlinear high-resolution three-dimensional seismic travel time tomography [J]. Journal of Geophysical Research, 97(B5): 6553-6562.
- Huang L J, Li Y M, Wu R S. 1992. The wave-front ray tracing method for image reconstruction [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 35(2): 223-233.
- Huang Z Y, Zhao J Z. 2004. Three points Fermat ray tracing technique [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 19(1): 201-204.
- Jeong W K, Whitaker R T. 2008. A fast iterative method for eikonal equations [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 30(5): 2512-2534.
- Klimeš L, Kvasnička M. 1994. 3-D network ray tracing [J]. Geophysical Journal International, 116(3): 726-738.
- Kim S, Cook R. 1999. 3-D traveltime computation using second-order ENO scheme [J]. Geophysics, 64(6): 1867-1876.
- Lambare G, Lucio P S, Hanyga A. 1996. Two-dimensional multivalued traveltime and amplitude maps by uniform sampling of a ray field [J]. Geophysical Journal International, 125(2): 584-598.
- Lan H, Zhang Z. 2011a. Three-Dimensional Wave-Field Simulation in Heterogeneous Transversely Isotropic Medium with Irregular Free Surface [J]. Bulletin of Seismological Society of America, 101(3): 1354-1370.
- Lan H, Zhang Z. 2011b. Comparative study of free-surface boundary condition in two-dimensional finite-difference elastic wave-field simulation [J]. Journal of Geophysics and Engineering, 8: 275-286.
- Lan H Q, Zhang Z, Xu T, *et al.*, 2012a. Effects due to the anisotropic stretching of the surface-fitting grid on the traveltime computation for irregular surface by the coordinate transforming method [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 55(10): 3355-3369.
- Lan H Q, Zhang Z, Xu T, *et al.*, 2012b. A comparative study on the fast marching and fast sweeping methods in the calculation of first-arrival traveltime field [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 27(5): 1863-1870.
- Li F, Xu T, Wu Z B, *et al.*, 2013. Segmentally iterative ray tracing in 3D heterogeneous geological models [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 56(10): 3514-3522, doi: 10.6038/cjg20131026
- Liu H, Meng F L, Li Y M. 1995. The interface grid method for seeking global minimum travel-time and the correspondent raypath [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 38(6): 823-832.
- Liu Y Z, Dong L G, Li P M, *et al.*, 2009. Fresnel volume tomography based on the first arrival of the seismic wave [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 52(9): 2310-2320.
- Liu Y F, Lan H Q. 2012. Study on the numerical solutions of the eikonal equation in curvilinear coordinate system [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 55(6): 2014-2026.
- Lu H Y, Liu Y K, Chang X. 2013. MSFM-based travel-times calculation in complex near-surface model [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 56(9): 3100-3108.
- Ma T, Zhang Z. 2014. Calculating ray paths for first-arrival travel times using a topography-dependent eikonal equation solver [J]. Bulletin of Seismological Society of America, 104(3), doi: 10.1785/0120130172.
- Moser T J. 1991. Shortest path calculation of seismic rays [J]. Geophysics, 56(1): 59-67.
- Nakanishi L, Yamaguchi K. 1986. A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival time for two-dimension island arc structure [J]. Journal of Physics of the Earth, 34(2): 195-201.
- Nichols D E. 1996. Maximum energy traveltimes calculated in the seismic frequency band [J]. Geophysics, 61(1): 253-263.
- Osher S, Shu C W. 1991. High-order essentially nonoscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equations [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 28(4): 907-922.
- Pan J S, Zhang X K, Zhao C B, *et al.*, 2006. Computation method of seismic wave travel times and rays in 2D complicated velocity models and its application [J]. Journal of Seismological Research (in Chinese), 29(3): 245-250.
- Podvin P, Lecomte I. 1991. Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools [J]. Geophysical Journal International, 105(1): 271-284.
- Qian J, Zhang Y T, Zhao H K. 2007a. A fast sweeping method for static convex Hamilton-Jacobi equations [J]. Journal of Scientific Computing, 31(1): 237-271.
- Qian J, Zhang Y T, Zhao H K. 2007b. Fast sweeping methods for Eikonal equations on triangular meshes [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 45(1): 83-107.
- Qin F, Luo Y, Olsen K B, *et al.*, 1992. Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts [J]. Geophysics, 57(3): 478-487.
- Qin Y L, Zhang Z J, Shin Changsoo, *et al.*, 2005. First-arrival traveltime and amplitude calculation from monochromatic two-way wave equation in frequency domain [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 48(2): 423-428.
- Rawlinson N, Sambridge M. 2004a. Wave front evolution in strongly heterogeneous layered media using the fast marching method [J]. Geophysical Journal International, 156(3): 631-647.
- Rawlinson N, Sambridge M. 2004b. Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method [J]. Geophysics, 69(5): 1338-1350.
- Sava P, Fomel S. 2001. 3-D traveltime computation using Huygens wavefront tracing [J]. Geophysics, 66(3): 883-889.
- Schneider Jr W A, Ranzinger K A, Balch A H, *et al.*, 1992. A dynamic programming approach to first arrival traveltime computation in media with arbitrarily distributed velocities [J]. Geophysics, 57(1): 39-50.
- Schneider Jr W A. 1995. Robust and efficient upwind finite-difference traveltime calculations in three dimensions [J]. Geophysics, 60(4): 1108-1117.
- Sethian J A. 1999. Fast marching methods [J]. SIAM review, 41(2): 199-235.
- Sethian J A, Popovici A M. 1999. 3-D traveltime computation using

- the fast marching method [J]. *Geophysics*, 64(2): 516-523.
- Shin C, Yoon K, Marfurt K J, *et al.* 2001. Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion [J]. *Geophysics*, 66(6): 1856-1863.
- Shin C, Ko S, Marfurt K J, *et al.* 2003a. Wave equation calculation of most energetic traveltimes and amplitudes for Kirchhoff prestack migration [J]. *Geophysics*, 68(6): 2040-2042.
- Shin C, Ko S, Kim W, *et al.* 2003b. Traveltime calculations from frequency-domain downward-continuation algorithms [J]. *Geophysics*, 68(4): 1380-1388.
- Sun Z Q, Sun J G, Han F X, *et al.* 2007. Traveltime computation using fast marching method from rugged topography [J]. *Progress in Exploration Geophysics (in Chinese)*, 30(5): 392-395.
- Tang X P, Bai C Y. 2009. Multiple ray tracing within 3-D layered media with the shortest path method [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 52(10): 2635-2643.
- van Trier J, Symes W W. 1991. Upwind finite-difference calculation of traveltimes [J]. *Geophysics*, 56(6): 812-821.
- Van Avendonk H J A, Harding A J, Orcutt J A, *et al.* 2001. Hybrid shortest path and ray bending method for traveltime and raypath calculations [J]. *Geophysics*, 66(2): 648-653.
- Vidale J. 1988. Finite-difference calculation of travel times [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78(6): 2062-2076.
- Vidale J. 1990. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions [J]. *Geophysics*, 55(5): 521-526.
- Vinje V, Iversen E, Gjøystdal H. 1993. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction [J]. *Geophysics*, 58(8): 1157-1166.
- Vinje V, Iversen E, Åstebøl K, *et al.* 1996a. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction—Part I [J]. *Geophysical Prospecting*, 44(5): 819-842.
- Vinje V, Iversen E, Åstebøl K, *et al.* 1996b. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction—Part II [J]. *Geophysical Prospecting*, 44(5): 843-858.
- Vinje V, Åstebøl K, Iversen E, *et al.* 1999. 3-D ray modeling by wavefront construction in open models [J]. *Geophysics*, 64(6): 1912-1919.
- Wang H, Chang X. 2000. 3-D ray tracing method based on graphic structure [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 43(4): 534-541.
- Xu K, Wu L, Wang M Y. 1998. Improved Moser ray tracing [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 13(4): 60-66.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, *et al.* 2004. Block modeling and shooting ray tracing in complex 3D media [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(6): 1118-1126.
- Xu T, Ning J R, Liu C C, *et al.* 2007. Influence of the self-organization of the Earth interior upon the traveltime and amplitude of seismic wave [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 50(4): 1174-1181.
- Xu T, Xu G, Gao E, *et al.* 2006. Block modeling and segmentally iterative ray tracing in complex 3D media [J]. *Geophysics*, 71(3): T41-T51.
- Xu T, Zhang Z, Gao E, *et al.* 2010. Segmentally Iterative Ray Tracing in Complex 2D and 3D Heterogeneous Block Models [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 100(2): 841-850.
- Xu T, Li F, Wu Z B, *et al.* 2014. A successive three-point perturbation method for fast ray tracing in complex 2D and 3D geological models [J]. *Tectonophysics*, doi: 10.1016/j.tecto.2014.02.012.
- Yang H, Sun J G, Han F X, *et al.* 2010. Fast algorithm of the expanding wavefronts finite-difference traveltime calculation based on the three branch tree structure heap sorts [J]. *Journal of Jilin University (Earth Science Edition) (in Chinese)*, 40(1): 188-194.
- Zhang J Z, Chen S J, Yu D X. 2003. Improvement of shortest path ray tracing method [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 18(1): 146-150.
- Zhang J Z, Chen S J, Xu C W. 2004. A method of shortest path raytracing with dynamic networks [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(5): 899-904.
- Zhang M G, Cheng B J, Li X F, *et al.* 2006a. A fast algorithm of shortest path ray tracing [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 49(5): 1467-1474.
- Zhang M G, Jia Y G, Wang M Y, *et al.* 2006b. A global minimum traveltime raytracing algorithm of wavefront expanding with interface points as secondary sources [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 49(4): 1169-1175.
- Zhang Z, Wang G, Teng J, *et al.* 2000. CDP mapping to obtain the fine structure of the crust and upper mantle from seismic sounding data: an example for the southeastern China [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 122(1-2): 133-146.
- Zhang Z J, Qin Y L, Chen Y, *et al.* 2004. Reconstruction of the semblance section for the crust and mantle reflection structure by wide-angle reflection seismic data [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(3): 469-474.
- Zhao A H, Zhang Z J. 2004. Fast calculation of converted wave travel time in 3-D complex media [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(4): 702-707.
- Zhao A, Zhang Z, Teng J. 2004. Minimum travel time tree algorithm for seismic ray tracing: improvement in efficiency [J]. *Journal of Geophysics and Engineering*, 1(4): 245-251.
- Zhao A H, Ding Z F. 2005. A double-grid algorithm for calculating traveltimes of wide-angle reflection waves [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 48(5): 1141-1147.
- Zhao H. 2005. A fast sweeping method for eikonal equations [J]. *Mathematics of computation*, 74(250): 603-628.
- Zhao H. 2007. Parallel implementations of the fast sweeping method [J]. *Mathematica Numerica Sinica*, 25(4): 421-429.
- Zhao L F, Zhu J S, Cao J X, *et al.* 2003. Ray tracing using ordinal wavefront reconstruction method [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 46(3): 415-420.
- Zhao R, Bai C Y. 2010. Fast multiple ray tracing within complex layered media: The shortest path method based on irregular grid cells [J]. *Acta Seismologica Sinica (in Chinese)*, 32(4): 433-444.
- Zhou H B, Zhang G Q. 1994. Accurate calculation of first-arrival traveltime in the complex areas [J]. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 37(4): 515-520.
- Zhu J M, Wang L Y. 1992. Finite difference calculation of seismic travel times [J]. *Acta Geophysical Sinica (in Chinese)*, 35(1): 86-92.

附中文参考文献

- 韩复兴, 孙建国, 杨昊. 2008. 基于二维三次卷积插值算法的波前构建射线追踪 [J]. *吉林大学学报(地球科学版)*, 38(2): 336-340.
- 韩复兴, 孙建国, 孙章庆. 2009. 波前构建法中网格点相对定位及属性计算研究 [J]. *地球物理学进展*, 24(5): 1748-1756.
- 黄联捷, 李幼铭, 吴如山. 1992. 用于图像重建的波前法射线追踪 [J]. *地球物理学报*, 35(2): 223-233.
- 黄中玉, 赵金州. 2004. 矩形网格三点 Fermat 射线追踪技术 [J]. *地球物理学进展*, 19(1): 201-204.
- 兰海强, 张智, 徐涛, 等. 2012a. 贴体网格各向异性对坐标变换法求解起伏地表下地震初至波走时的影响 [J]. *地球物理学报*, 55(10): 3355-3369.
- 兰海强, 张智, 徐涛, 等. 2012b. 地震波走时场模拟的快速推进法和快速扫描法比较研究 [J]. *地球物理学进展*, 27(5):

- 1863-1870.
- 李飞, 徐涛, 武振波, 等. 2013. 三维非均匀地质模型中的逐段迭代射线追踪[J]. 地球物理学报, 56(10): 3514-3522.
- 刘洪, 孟凡林, 李幼铭. 1995. 计算最小走时和射线路径的界面网全局方法[J]. 地球物理学报, 38(6): 823-832.
- 刘玉柱, 董良国, 李培明, 等. 2009. 初至波菲涅尔体地震层析成像[J]. 地球物理学报, 52(9): 2310-2320.
- 刘一峰, 兰海强. 2012. 曲线坐标系程函方程的求解方法研究[J]. 地球物理学报, 55(6): 2014-2026.
- 卢回忆, 刘伊克, 常旭. 2013. 基于 MSFM 的复杂近地表模型走时计算[J]. 地球物理学报, 56(9): 3100-3108.
- 潘纪顺, 张先康, 赵成斌, 等. 2006. 二维复杂介质中地震波走时和射线的计算方法及其应用[J]. 地震研究, 29(3): 245-250.
- 秦义龙, 张中杰, Shin Changsoo, 等. 2005. 利用单频双程波动方程计算初至走时及其振幅[J]. 地球物理学报, 48(2): 423-428.
- 孙章庆, 孙建国, 韩复兴, 等. 2007. 波前快速推进法起伏地表地震波走时计算[J]. 勘探地球物理进展, 30(5): 392-395.
- 唐小平, 白超英. 2009. 最短路径算法下三维层状介质中多次波追踪[J]. 地球物理学报, 52(10): 2635-2643.
- 王辉, 常旭. 2000. 基于图形结构的三维射线追踪方法[J]. 地球物理学报, 43(4): 534-541.
- 许琨, 吴律, 王妙月. 1998. 改进 Moser 法射线追踪[J]. 地球物理学进展, 13(4): 60-66.
- 徐涛, 徐果明, 高尔根, 等. 2004. 三维复杂介质的块状建模和试射射线追踪[J]. 地球物理学报, 47(6): 1118-1126.
- 徐涛, 宁俊瑞, 刘春成, 等. 2007. 地球介质自组织性对地震波走时和振幅的影响[J]. 地球物理学报, 50(4): 1174-1181.
- 杨昊, 孙建国, 韩复兴, 等. 2010. 基于完全二叉树堆排序的波前扩展有限差分地震波走时快速算法[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 40(1): 188-194.
- 张建中, 陈世军, 余大祥. 2003. 最短路径射线追踪方法及其改进[J]. 地球物理学进展, 18(1): 146-150.
- 张建中, 陈世军, 徐初伟. 2004. 动态网络最短路径射线追踪[J]. 地球物理学报, 47(5): 899-904.
- 张美根, 程冰洁, 李小凡, 等. 2006a. 一种最短路径射线追踪的快速算法[J]. 地球物理学报, 49(5): 1467-1474.
- 张美根, 贾豫葛, 王妙月, 等. 2006b. 界面二次源波前扩展法全局最小走时射线追踪技术[J]. 地球物理学报, 49(4): 1169-1175.
- 张中杰, 秦义龙, 陈赞, 等. 2004. 由宽角反射地震资料重建壳幔反射结构的相似性剖面[J]. 地球物理学报, 47(3): 469-474.
- 赵爱华, 张中杰. 2004. 三维复杂介质中转换波走时快速计算[J]. 地球物理学报, 47(4): 702-707.
- 赵爱华, 丁志峰. 2005. 宽角反射地震波走时模拟的双重网格法[J]. 地球物理学报, 48(5): 1141-1147.
- 赵连锋, 朱介寿, 曹俊兴, 等. 2003. 有序波前重建法的射线追踪[J]. 地球物理学报, 46(3): 415-420.
- 赵瑞, 白超英. 2010. 复杂层状模型中多次波快速追踪——一种基于非规则网格的最短路径算法[J]. 地震学报, 32(4): 433-444.
- 周洪波, 张关泉. 1994. 复杂构造区域的初至波走时计算[J]. 地球物理学报, 37(4): 515-520.
- 朱金明, 王丽燕. 1992. 地震波走时的有限差分法计算[J]. 地球物理学报, 35(1): 86-92.