

# 有序波前重建法的射线追踪

赵连锋 朱介寿 曹俊兴 郑圻森

成都理工大学信息工程学院, 成都 610059

**摘要** 建立了一种新的计算最小走时和射线路径的方法——有序波前重建法。文中算法按照波前面的实际扩展顺序外推计算走时, 采用以计算点为中心的走时计算策略, 直接记录计算点获取最小走时的前一节点坐标, 同步计算最小走时和射线路径, 得到一种全局算法。该方法具有原理简单、易于实现、不受介质速度差异大小限制、计算速度快等优点。数值实验表明有序波前重建法具有较高的计算精度和运行效率。

**关键词** 有序波前重建 全局最小走时 波阵面 射线追踪

文章编号 0001-5733(2003)03-0415-06 中图分类号 P531 收稿日期 2002-03-19, 2002-12-30 收修定稿

## RAY TRACING USING ORDINAL WAVEFRONT RECONSTRUCTION METHOD

ZHAO LIANFENG ZHU JIESHOU CAO JUNXING ZHENG QISEN

Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China

**Abstract** A new method, is presented the ordinal wavefront reconstruction method to calculate minimum traveltimes and ray paths. In the previous traveltimes calculation methods the source is taken as center and the calculation is made layer upon layer and step by step. It would result in acquiring half-baked wavefront information. In this paper, the ordinal wavefront reconstruction method is used in calculating minimum traveltimes according to actual wavefront surfaces' order. The calculating strategy is to take calculation point as center. The fore-node coordinate of the minimum traveltimes of the calculating point is logged directly, at the same time, the minimum traveltimes and ray paths are calculated. This is a kind of synchronous global algorithm. This method has its advantages, such as simple principle, easy implementation, no limit by different velocities, and fast computation etc.. The numerical experiments show that the ordinal wavefront reconstruction method has higher calculation precision and running efficiency.

**Key words** The ordinal wavefront reconstruction, Global minimum travel-time, Wavefront surface, Ray Tracing.

## 1 引言

在利用地震透射波走时数据重建介质的速度分布的层析成像方法中, 射线追踪的精度和速度是影响成像质量和效率的关键因素。射线追踪的理论基础是, 在高频近似条件下, 地震波场的主能量沿射线轨迹传播。传统的射线追踪方法, 通常意义上包括

初值问题的试射法 (Shooting method) 和边值问题的弯曲法 (Bending method)<sup>[1]</sup>。试射法根据由源发出的一束射线到达接收点的情况对射线出射角及其密度进行调整, 最后由靠近接收点的两条射线走时内插求出接收点处走时。弯曲法则是从源与接收点之间的一条假想初始路径开始, 根据最小走时准则对路径进行扰动, 从而求出接收点处的走时及射线路径。其主要问题在于难于处理介质中较强的速度变化<sup>[2]</sup>。

基金项目 国家自然科学基金项目 (40144016)。

作者简介 赵连锋, 男, 生于 1972 年, 蒙古族, 博士生。现在成都理工大学从事地球物理层析成像研究工作。E-mail: zlf@cduet.edu.cn

以往的算法多采用以源点为中心逐层外推的走时计算方法,可能获取不完整的波前信息. Vidale<sup>[2]</sup>提出了用有限差分求解程函方程而获得初至波走时的方法,开辟了一条射线追踪的新途径. Moser<sup>[3]</sup>提出了基于 Huygens 原理和网络理论的最短路径射线追踪方法 (SPR); 黄联捷等<sup>[4]</sup>提出了基于 Huygens 原理的波前法; Asawaka 和 Kawanaka<sup>[5]</sup>提出了线性走时插值射线追踪方法. 这些方法精度和效率较高,在最小走时计算过程中,一般采用“矩形方阵”的形式扩展波前<sup>[1]</sup>. 为了应对介质速度的较强变化往往采用不同的计算策略: Qin<sup>[6]</sup>在 Vidal 程函方程法的基础上实现了扩展波前的递推算法,加大了计算量; Podvin 等<sup>[7]</sup>也是采用“扩展方阵”的方式求取走时,对每个计算网格节点,系统比较了来自各个方向的走时,考虑了全波场信息,稳定性好,但速度降低; Vetle 等<sup>[8]</sup>曾提出并采用按实际波阵面扩展计算的原则,其方法是以单位时间为步长求取实际波阵面,涉及坐标变换. 刘洪等<sup>[9]</sup>提出的界面网全局走时计算技术,以波前扫描代替波前搜索,采用矩形方阵的形式进行扩展和收缩,保证了波场信息的完整,是一种改良的最短路径法. 徐昇等<sup>[10]</sup>用微变网格法改进程函方程法射线追踪,提高了计算速度. 文中重新研究了波前扩展和局部走时算法,摒弃了以源点为中心“扩展方阵”层层外推的计算方法,在走时排序后按实际扩展波前外推计算,考虑了回转波、衍射波、反射波、首波等全波场信息,使得无论介质的速度存在多大的突变,模型离散

化后,均可得到接收点上相应的初至波射线路径及波阵面,保证了波前搜索的可靠性. 文中改进了黄联捷等<sup>[4]</sup>提出的以次级源点为中心向外计算波前的方法,以计算节点为中心搜索次级源的走时计算策略,同步实现射线路径计算,提高了运算效率.

## 2 有序波前重建同步算法

### 2.1 有序波前扩展

Huygens-Fermat 原理表明:在  $t$  时刻的波阵面上的每一个面元均可视为新的振动中心,发出次波. 在空间某点的振动是这些次波在该点的相干叠加. 在  $t + \Delta t$  时刻的波阵面是以  $t$  时刻的波阵面上的每一点为球心、半径为  $V(x) \Delta t$  的球面的包络面,其中  $V(x)$  是垂直波阵面到新波阵面连线的平均波速. 为使走时计算满足地震波传播过程中的因果律及保持计算的稳定性,采用以时间为序扩展“方阵”波前,把握了地震波传播趋向. 具体算法如下:

- (1) 做正方形网格剖分 (如图 1 所示, \* 为震源);
- (2) 确定震源邻域节点为最小“伪波阵面”(以剖分网格节点替代实际波阵面),采用双曲线近似法<sup>[9]</sup>计算面上各节点 ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ) 的最小走时 (如图 1a), 比较各点走时大小, 获取走时最小的节点  $A_1$ ;
- (3) 以  $A_1$  为中心, 提取相邻 8 个节点为计算点  $A_3, A_4, B_2, B_1, B_3, B_4, B_5, A_2$  (如图 1b), 采用以一

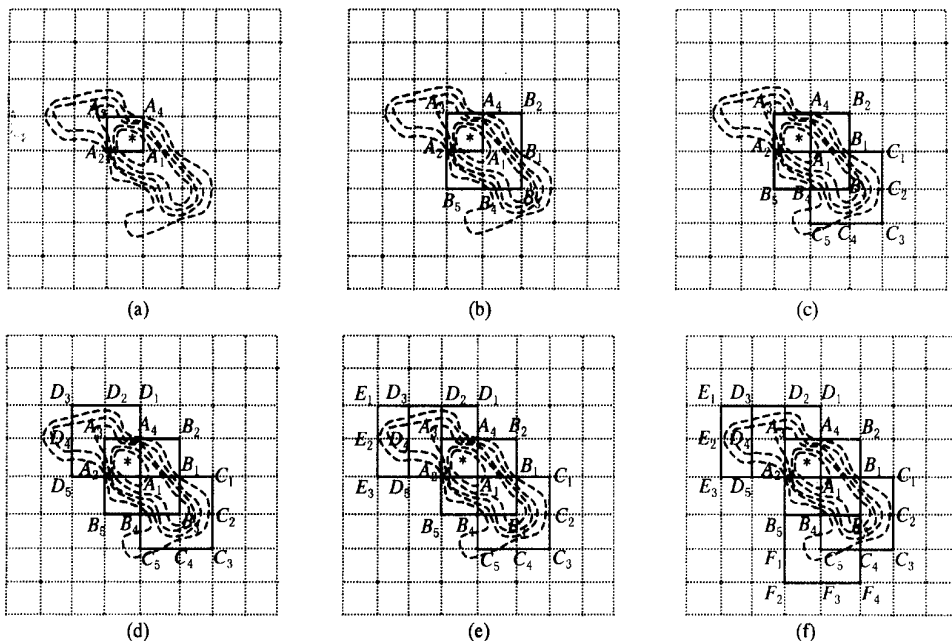


图 1 有序波前重建法计算点排序图

Fig. 1 The taxis chart of the ordinal reconstruction method

定半径搜索次级源的方法(2.2节讨论计算方法)计算其最小走时,重复计算点取较小走时.对这8个点的走时进行比较,获取走时最小的节点 $B_3$ ;

(4)以 $B_3$ 为中心,提取相邻8个节点为计算点 $A_1, B_1, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, B_4$ (如图1c),计算其最小走时.这时,新的波前节点为 $A_3, A_4, B_2, B_1, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, B_4, B_5, A_2$ .比较其走时大小,获取走时最小的节点 $A_3$ ;如此反复计算(如图1d~f),直至研究区域全部网点计算完毕.

## 2.2 确定计算点最小走时

以 Huygens 原理为基本出发点的波前法射线追踪(WFRT)方法<sup>[4]</sup>是以次级源点(含震源点)为中心,采用计算方块向外扩展计算走时,并比较重复计算的走时大小,取其小,确定波阵面.在有序波前重建法中借用了这一思想,与之不同的是以计算点为中心,在一定的网格度为边长的矩形区域内搜索次级源点,从而求取计算点的最小走时.以4个网格为半边长为例,见图2所示.

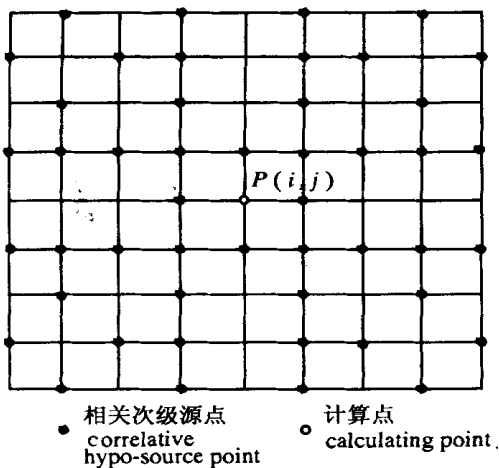


图2 计算方块与计算网格点

Fig.2 The calculating squares and calculating point

在搜索次级源点时,判断是否为与计算点相关的次级源,取决于以下3个条件:(1)次级源点的走时为已知(未知走时点走时赋为很大的数值);(2)次级源点的走时小于计算点到震源的直射走时;(3)距离计算点最近的以不同角度入射到计算点的次级源点.条件(1)、(2)容易实现,下面讨论条件(3)算法的实现.如图2所示, $P$ 为计算点,设其网格坐标为 $(i, j)$ ,以计算点为圆心,向外扫描计算方块区域内的次级源点,设计算方块内任意扫描点 $p(i, j)$ ,则有 $k_1 = |i - i|$ ,  $k_2 = |j - j|$ ,而 $k = \min(k_1, k_2)$ ,  $k = \max(k_1, k_2)$ ,当 $k = 0$ ,且 $k = 1$ 时

为相关次级源点; $k/k$ 为既约分数时, $p$ 为相关次级源.完成计算方块内次级源点扫描为止.

有序波前重建算法是一个递推过程.某一计算点的最小走时是由设定扫描区域内已知走时的次级源点计算并取最小得出的.设 $Q$ 为已知走时的相关次级源点 $q$ 的集合, $p$ 为计算点, $t_q, t_p$ 分别为 $q$ 和 $p$ 点的最小走时, $t_{qp}$ 为 $q$ 至 $p$ 的直射走时, $r$ 为 $p$ 的次级源的位置,则有

$$r = q \quad t_p = \min_q (t_q + t_{qp}). \quad (1)$$

## 2.3 走时、路径的同步计算

同一震源的波前传播,在时间上是一致的,计算过程中总是先计算较小走时的扩展点周边的点而形成新的扩展计算点,再比较、计算,如此反复,直至模型剖分网格点全部计算完毕.节点的计算采用给定扫描区域搜索次级源的方法,得到计算点最小走时的同时,记录次级源坐标,即为波的传播路径,称之为基于两步法思想的同步算法.

有序波前重建同步算法的具体步骤如下:

- (1)模型网格剖分,确定震源点位置,即计算与震源相邻4个网格节点(伪波前点)的走时;
- (2)比较4个节点走时求取最小走时节点,其周边8点(边界上的点少于8个)为计算点,计算最小走时,同时记录次级源点坐标,形成新的伪波前点,再比较走时,再计算,如此反复,直至全部网格点计算完毕;
- (3)以次级源扫描的方法计算接收点最小走时并记录其次级源坐标;
- (4)由接收点始,连接次级源直至震源点,得出射线路径.

## 3 射线追踪数值实验

为验证有序波前重建同步射线追踪算法的精确度和可靠性,选择几个简单的介质模型.图3a为一均匀介质模型,源点位于模型的左上角,接收点位于模型右边界深度方向上,介质速度 $V = 2.0\text{km/s}$ ,水平宽度 $W$ 为 $20.0\text{m}$ ,垂直方向的深度 $D$ 为 $30.0\text{m}$ .模型网格化尺寸 $x = z = 1.0\text{m}$ .图3b可见首波波前和射线,等时线间隔为 $1\text{ms}$ .

图4a为一层状介质模型.5层介质的速度分别为 $V_1 = 2.0\text{km/s}$ ,  $V_2 = 3.0\text{km/s}$ ,  $V_3 = 4.0\text{km/s}$ ,  $V_4 = 5.0\text{km/s}$ ,  $V_5 = 6.0\text{km/s}$ ,厚度分别为 $H_1 = 7.0\text{m}$ ,  $H_2 = 7.0\text{m}$ ,  $H_3 = 5.0\text{m}$ ,  $H_4 = 5.0\text{m}$ ,  $H_5 = 6.0\text{m}$ ,模型水平方

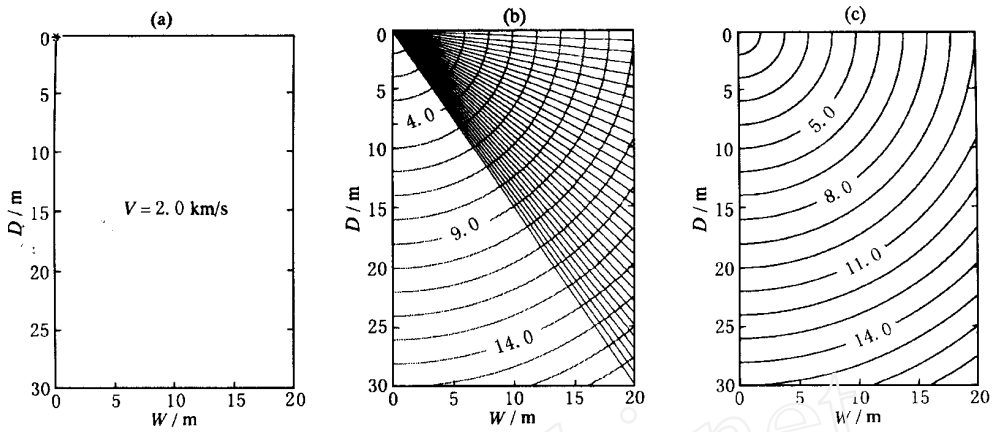


图 3 均匀介质模型的计算结果

(a) 模型, \*表示震源; (b) 有序波前重建法射线追踪结果; (c) 实际波阵面. 波阵面标注走时数据的单位为 ms(下同).

Fig. 3 The calculated results in the homogeneous model

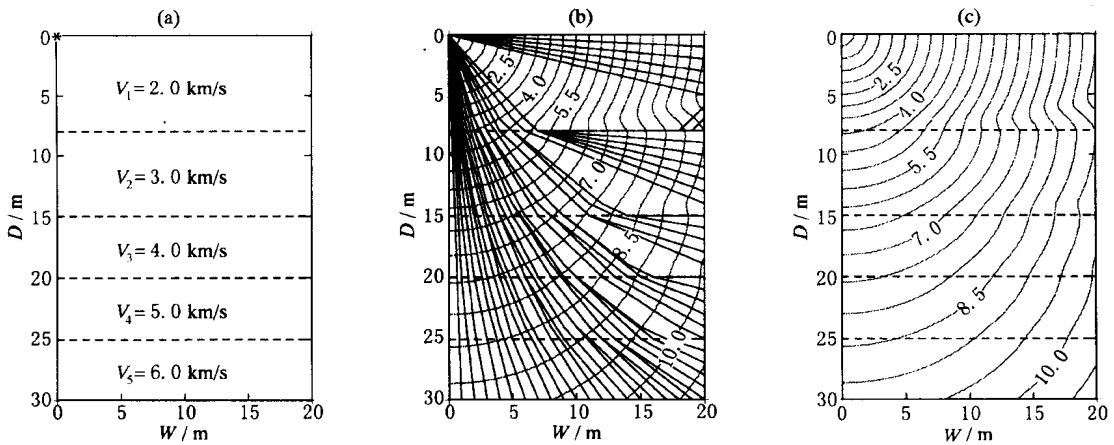


图 4 层状介质模型的计算结果

(a) 模型; (b) 有序波前重建法射线追踪结果; (c) 实际波阵面.

Fig. 4 The calculated results in the layer model

向上的宽度、源点和接收点的位置、模型网格单元的大小均与图 3 所示的均匀介质模型相同. 图 4b 可见首波波前和射线, 等时线间隔为 0.5ms.

图 5a 和 5b 分别为图 3、图 4 所示模型的走时计算结果. \* 表示有序波前重建同步射线追踪走时计算结果; 表示利用解析式计算的实际走时. 在各向同性均匀介质和层状介质情形, 有序波前重建同步射线追踪走时计算结果与理论值相比较, 误差小于  $10^{-6}$ s. 由图 3 和图 4 可以看出, 有序波前重建同步射线追踪计算的波阵面与解析计算结果吻合得很好, 显示了较高的计算精度. 计算过程中需进行一次波前扫描, 按走时排序后形成实际波前向外扩展, 再进行一次次级源点扫描, 可计算出各节点环上的

全局最小走时. 如此计算可达到堆排序算法的计算

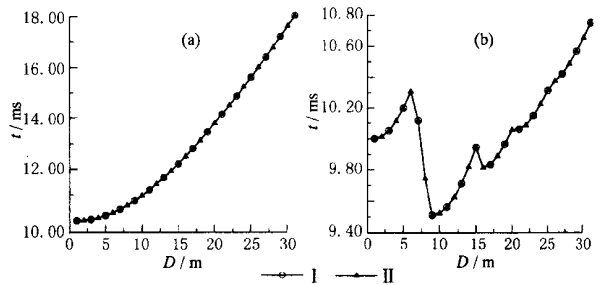


图 5 有序波前重建法和解析计算的初至走时对比

(a) 均匀介质模型时深曲线; (b) 层状介质模型时深曲线.

Fig. 5 Comparison of the first arrival times calculated by the ordinal wavefront reconstruction method and analytic results in

(a) A homogeneous model and (b) A five-layer model

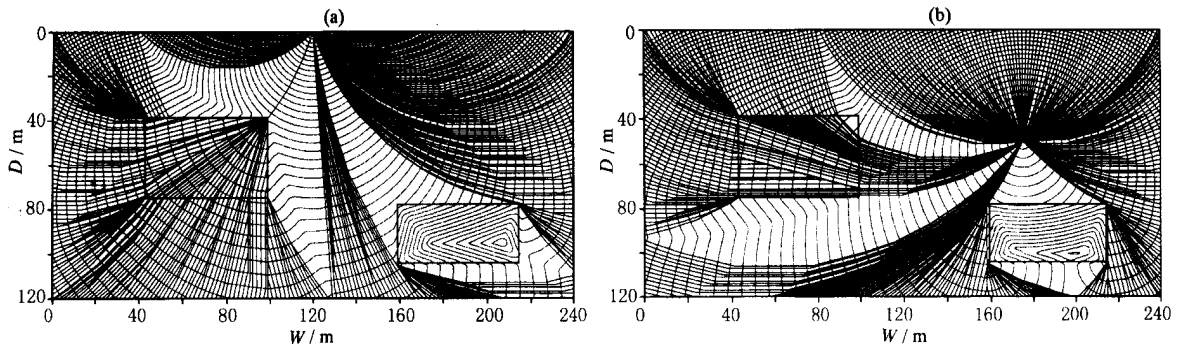


图6 非均匀介质模型及源点位于(a) (120.0,0.0)和(b) (175.0,50.0)有序波前重建法计算的波前面及射线路径

Fig. 6 The wavefronts and ray-paths calculated by the ordinal wavefront reconstruction method in a inhomogeneous model

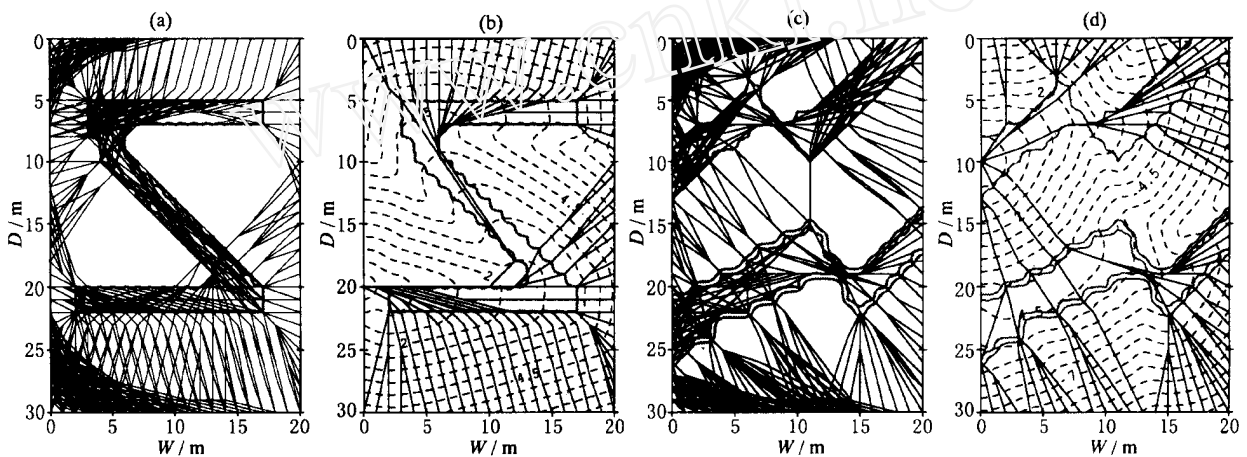


图7 非均匀介质模型的计算结果

(a) 反 Z 模型及射线路径; (b) 反 Z 模型及单源波前面和射线路径; (c) 断层模型及射线路径; (d) 断层模型及单源波前面和射线路径.

Fig. 7 The calculated results in the non-homogeneous model

精度,同时把计算量由  $O(N \log N)$  降至  $O(N)$ ,提高了计算速度.

图6是速度沿深度方向线性变化的背景介质中存在两个速度异常体的非均匀介质模型,模型水平宽度为240.0m,深度为120.0m,背景速度为  $V_0 = 1.6 + 0.040z$  (km/s),模型左边为均匀高速异常体  $V_1 = 6.3$  km/s,右边为低速异常体  $V_2 = 1.70$  km/s,网格化单元长度  $x = z = 1.0$  m,接收点距为2.0m,图6a、b分别为源点位于(120.0,0.0),(175.0,50.0)计算的波前面及射线路径,其中等时线间隔为1.0ms.由图6可以看出,等时线在浅部及低速异常体内较密,在深部及高速异常体内较疏,低速体内出现等时线局部闭合.由于高速异常体对射线的“吸引”,由源至异常体两侧无射线分布,而由于低速异常体对射线的“排斥”作用,在源至异常体两侧射线密集.有序波前重建射线追踪算法按照实际波前的扩展顺序逐层外推计算,能够遍历全部网格节点.

图7a是均匀背景介质中嵌入反Z型高速体模

型及其左边激发,另外三边接收的全射线分布图,背景速度为  $V_0 = 2.0$  km/s,反Z型高速异常体的速度为  $V_2 = 7.0$  km/s;图7b为单源激发的波前面及射线分布图;图7c是模拟断层挫断高速层模型,在模型左边激发,另外三边接收的全射线分布图,背景速度为  $V_0 = 2.0$  km/s,高速层(上、下)速度分别为  $V_2 = 4.0$  km/s、 $V_2 = 5.0$  km/s;图7d为单源激发的波前面及射线分布图.这些结果均说明有序波前重建同步射线追踪算法可靠且精度高,能够有效地处理速度畸变界面.

## 4 结论

有序波前重建同步射线追踪算法比现有全局算法作了如下改进:

(1) 用实际波前扩展代替扩展方阵方式进行射线追踪计算,较好地把握了射线走向,提高了计算精度;

(2) 网格节点最小走时计算采用搜索次级源的  
计算策略,充分考虑了全波场信息. 走时计算的  
同时记录射线,实现了基于两步法思想的同步计算,  
降低了计算量;

(3) 算法原理清晰,易于实现,波前走时计算采  
用双曲线近似计算<sup>[9]</sup>,近似程度高,实用性强.

由数值实验计算结果可以看出,基于 Fermat 原  
理和 Huygens 原理的有序波前重建同步射线追踪计  
算精度高,直接搜索与计算点相关的内部节点,计算  
量由堆排序法  $O(N\log N)$  降至通常的  $O(N)$ ,具有  
较高的运行效率. 有序波前重建法原理清晰,计算  
简单,且易于推广到三维情形<sup>[11]</sup>,可进一步适用于  
较高精度要求的地震层析成像<sup>[10,12]</sup>.

### 参考文献

- [ 1 ] 张 钊,刘 洪,李幼铭. 射线追踪方法的发展现状. 地球物  
理学进展,2000,15(1):36~45  
ZHANG Bo, LIU Hong, LI Youming. The situation and progress of  
ray tracing method research. *Progress in Geophysics*, 2000, 15(1):  
36~45
- [ 2 ] Vidale J. Finite-difference calculation of travel time. *Bull. Seis.  
Soc. Am.*, 1988, 78:1821~1839
- [ 3 ] Moser T J. Shortest path calculation of seismic ray. *Geophysics*,  
1991, 56(1):59~67
- [ 4 ] 黄联捷,李幼铭,吴如山. 用于图像重建的波前法射线追踪.  
地球物理学报,1992, 35(2):223~233  
HUANG Lianjie, LI Youming, WU Rushan. The wave-front ray  
tracing method for image reconstruction. *Chinese J. Geophys. (Acta  
Geophysica Sinica)*, 1992, 35(2):223~233
- [ 5 ] Asawaka E, Kawanaka T. Seismic ray tracing using linear travel time  
interpolation. *Geophysics*, 1993, 57(2):326~331
- [ 6 ] Qin F, Olsen K B, Cai W, et al. Finite-difference solution of the  
eikonal equation along expanding wavefronts. *Geophysics*, 1992, 57  
(3):478~487
- [ 7 ] Bédvin P, Lecomte I. Finite-difference computation of traveltimes in  
very contrasted velocity models: A massively parallel approach and its  
associated tools. *Geophys. J. Int.*, 1991, 105:271~284
- [ 8 ] Vetele Vinje, Einar Iversen, Havar Goystdal. Travelttime and  
amplitude estimation using wavefront construction. *Geophysics*,  
1993, 58(8):1157~1166
- [ 9 ] 刘 洪,孟凡林,李幼铭. 计算最小走时和射线路径的界面网  
全局算法. 地球物理学报,1995, 38(6):823~832  
LIU Hong, MENG Fanlin, LI Youming. The interface grid method  
for seeking global minimum travel-time and the correspondent  
raypath. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)*, 1995, 38  
(6):828~832
- [ 10 ] 徐 昇,杨长春,刘 洪等. 射线追踪的微变网格方法. 地球  
物理学报,1996, 39(1):97~102  
XU Sheng, YANG Changchun, LIU Hong, et al. A grid-changeable  
method for ray tracing. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica  
Sinica)*, 1996, 39(1):97~102
- [ 11 ] James A Sethian, A Mihai Popovici. 3-D travelttime computation  
using the fast marching method. *Geophysics*, 1999, 64(2):561~  
523
- [ 12 ] Z S Yao, K S Osypov, R G Roberts. Travelttime tomography using  
regularized recursive least squares. *Geophys. J. International*,  
1998, 134(1~3):545~553