第 50 卷 第 6 期
2007 年 11 月

地 球 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS

Vol. 50, No. 6
Nov., 2007

张金海,王卫民,赵连锋等. 傅里叶有限差分法三维波动方程正演模拟. 地球物理学报,2007,**50**(6):1854～1862

Zhang J H, Wang W M, Zhao L F, et al. Modeling 3-D scalar waves using the Fourier finite-difference method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, **50**(6):1854～1862

傅里叶有限差分法三维波动方程正演模拟

张金海,王卫民,赵连锋,姚振兴
中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029

摘 要 傅里叶有限差分(FFD)法兼有相位屏法和隐式有限差分法二者的优势,能够处理复杂地质构造中的波传播问题,但在三维情形下,算子的双向分裂会引起明显的方位各向异性误差. 本文用 Fourier 变换计算双向分裂过程中的高阶交叉项,消除了方位各向异性误差. 该方法充分利用了 FFD 法在双域实现的算法结构,明显减少了由于引入误差校正所带来的计算量. 将该方法应用于修改后的三维 French 模型的地震正演问题,并将得到的叠后记录、单炮记录同全波有限差分法的模拟结果进行对比,结果证实了该方法对一次反射波具有较高的模拟精度,在内存需求和计算效率方面则具有更大的优势.

关键词 三维正演模拟, 傅里叶有限差分, 双向分裂, 波动方程

文章编号 0001-5733(2007)06-1854-09 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2007-04-04, 2007-05-15 收修定稿

Modeling 3-D scalar waves using the Fourier finite-difference method

ZHANG Jin-Hai, WANG Wei-Min, ZHAO Lian-Feng, YAO Zhen-Xing
Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, *China*

Abstract Fourier finite-difference (FFD) operator has both of the advantages of Fourier and finite-difference methods, it can handle the wave propagations in complex media with large velocity contrasts and wide propagation angles. In 3-D case, however, two-way splitting may cause artificial azimuthal anisotropy. In this paper, we handle the remnants of the conventional two-way splitting technique by Fourier transforms, and the azimuthal anisotropy is removed. Based on the dual-domain scheme of the FFD method, the proposed algorithm significantly reduces computational cost caused by error correction. Compared with the finite-difference method by the zero-offset records and shot profiles based on 3-D modified French model, the proposed method can properly model the primary reflected waves and is much more attractive in both computational cost and storage demand.

Keywords 3-D modeling, Fourier finite-difference, Two-way splitting, Wave equation

1 引 言

波动方程正演模拟在地震资料反演、解释以及观测系统设计等方面发挥着重要作用. 最常用的波动方程正演方法是基于全波方程的,如有限差分、有限元和伪谱法等,可以模拟各种波动现象,适用于复杂介质模型,但其计算量和内存开销都比较庞大,对于三维问题更是如此. 在全波方程模拟过程中,当前时刻的波场由整个三维模型前一(或某一些)时刻的波场值递推得到. 相比之下,单程波方程将三维的模型分割成一系列的二维平面薄板,每一层薄板内的

基金项目 中国科学院知识创新工程重要方向项目(KZCX2-YW-101)资助.

作者简介 张金海,男,1978 年生,2007 年于中国科学院地质与地球物理研究所获固体地球物理学博士学位,主要从事波动方程偏移及波场传播方面的研究. E-mail:zjh@mail.igcas.ac.cn

波场计算只需知道前一层薄板而不是整个模型的波场值. 因此,单程波模拟的效率很高,对内存的要求也明显降低,较全波方程的模拟方法更加适用于现行的三维地震勘探正演模型计算. 另外,当前的地震勘探绝大多数都是以一次反射波为有效信息,而直达波和多次波则被视为噪音信息. 全波方程很难避免直达波和多次波的产生,而单程波方法既可以保证一次反射波的模拟精度又可以方便地控制直达波和多次波的产生,有利于提高正演记录的信噪比.

到目前为止,已经发展了许多单程波正演方法,如隐式有限差分法[1~3]、Fourier 法[4~9]、傅里叶有限差分(FFD)法[10,11]和短算子方法[12]等. 隐式有限差分法[13,14]在地震偏移领域已经得到了长足的发展和广泛的应用. 它的优点是差分格式稳定性强,能适用于速度任意变化的介质. 但是,由于数值频散和传播角度的制约,该方法只适用于传播角度和模型网格都较小的情况. Fourier 方法几乎无空间数值频散,计算网格可以很大,具有很高的执行效率,在均匀介质中其传播角度可以精确到 90°. 但是,Fourier 法只能在弱横向非均匀介质中才能得到精确的大角度传播解[15]. 作为 Fourier 法和隐式有限差分的有机结合,FFD 法[16,17]在相移延拓和时移校正的基础上增加了一项具有四阶空间导数精度的有限差分校正项,既保持了隐式有限差分法适应速度横向变化的能力,又继承了相位屏法稳定高效的优势,可以使用相对较大的网格,数值频散也比较弱,在诸如盐丘模型、高陡倾角等复杂构造中取得了很好的应用效果.

将 FFD 法拓展到三维勘探领域的主要障碍就是三维隐式有限差分所带来的庞大计算量. 在实际处理中,通常采用双向分裂方法[18](Two-way splitting,也称为交替方向法[19])将三维隐式有限差分沿着 x 和 y 方向进行分裂得到两个串联的二维 FFD 算子. 尽管双向分裂法具有很高的执行效率,它同时也会导致十分明显的分裂误差[1,2,20](也称为方位各向异性,azimuthal anisotropy),严重地制约了 FFD 法在三维介质中的应用.

为了消除双向分裂引起的误差,人们提出了很多应对措施[1,2,17,19~21],但是,这些方法都要以成倍增加的计算量为代价. 受到交替方向加插值(ADIPI)方法[19]的启发,我们保留了常规双向分裂中忽略的交叉项,并通过波数域的波场插值消除了常规双向分裂引起的分裂误差[22]. 有限差分是在频率空间域实现的,而 ADIPI 格式中的插值部分却需要在波数域实现[19],因而利用 FFD 法在双域实现的结构特点可以进一步改进相应的算法.

基于 ADIPI 格式的 FFD 法既消除了分裂误差,又不影响 x 方向和 y 方向的精度,而且保持了双向分裂 FFD 法的高效性,因此它可以胜任高陡倾角、强横向变化介质的三维正演模拟,成为精度高、效率高、适应性强的三维单程波正演方法.

2　基于 ADIPI 格式的 FFD 方法

2.1　三维 FFD 算子

横向非均匀介质中单程波方程的三维 FFD 算子为[16,17]

$$k_z \approx k_z^0 + \omega \Delta s + \frac{b\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)}{1 + a\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)}, \tag{1}$$

其中 ω 是角频率,$k_z^0 = \sqrt{\omega^2/v_0^2 + \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2}$ 是背景速度中的垂直波数,$\Delta s = 1/v - 1/v_0$ 是慢度扰动,v 为波场传播速度,v_0 为均匀背景介质的参考速度,$a = 0.25(v^2 + vv_0 + v_0^2)/\omega^2$,$b = 0.5(v - v_0)/\omega$. (1)式右端的第一项是相移算子,在波数域完成参考速度的相移;第二项是时移算子,用于校正主传播方向上由于引入参考速度引起的慢度扰动误差,在空间域进行;第三项是有限差分校正算子,用于校正垂直于主传播方向上的相位误差[23],也是在空间域进行. 前两项构成了著名的相位屏算子[5,6],可以完成大部分的相位校正,在小倾角和弱横向变化介质中得到了广泛应用.

在某一延拓步长 Δz 范围内,先将波场 $P(x, y, z; \omega)$ 通过快速傅里叶变换(FFT)变换到波数域,记为 $\widetilde{P}(k_x, k_y, z; \omega)$,然后利用(2)式在波数域完成相移:

$$\begin{aligned}&\widetilde{P}'(k_x, k_y, z + \Delta z; \omega)\\ &= e^{\pm i k_z^0 \Delta z}\widetilde{P}(k_x, k_y, z; \omega),\end{aligned} \tag{2}$$

式中符号 ±分别对应反向和正向传播. 将延拓后的瞬时波场 $\widetilde{P}'(k_x, k_y, z + \Delta z; \omega)$ 反变换回空间域,记为 $P'(x, y, z + \Delta z; \omega)$,并将其作为时移校正项的输入波场,可以得到

$$\begin{aligned}&P(x, y, z + \Delta z; \omega)\\ &= e^{\pm i\omega \Delta s \Delta z} P'(x, y, z + \Delta z; \omega).\end{aligned} \tag{3}$$

最后,将瞬时波场 $P(x, y, z + \Delta z; \omega)$ 代入(4)式进行有限差分校正,

$$\frac{\partial P(x, y, z + \Delta z; \omega)}{\partial z}$$

$$
= \frac{\pm \mathrm{i}\, b\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)}{1+a\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)} P(x, y, z+\Delta z; \omega) . \quad (4)
$$

2.2 ADIPI格式的引入

(4)式是三维的有限差分表达式,其运算量十分庞大.为了能够在工业上得到实际应用,通常采用分别沿某些特定的方向分裂成串联的二维FFD算子的方式来代替三维的运算.常用的双向分裂会引入明显的分裂误差,而四向或六向分裂[20]虽然能够减少分裂误差,但是会成倍地降低运算效率.为此,我们使用基于ADIPI格式的FFD法[22],不但消除了分裂误差,而且保持了常规双向分裂FFD法的运算效率.

为了书写方便,我们将波场 $P(x, y, z;\omega)$ 简记为 P,对应的波数域形式 $\widetilde{P}(k_x, k_y, z;\omega)$ 简记为 $\widetilde{P}$,其中 k_x 和 k_y 分别是 x 方向和 y 方向的波数,z 方向的离散波场 $P(x, y, n\Delta z;\omega)$ 简记为 P^n,二阶偏导数 $\partial^2/\partial x^2$ 和 $\partial^2/\partial y^2$ 分别记为 D_{xx} 和 D_{yy},$\partial/\partial z$ 记为 D_z,则(4)式可以用新定义的符号表示为

$$
[1+a(D_{xx}+D_{yy})] D_z P = \pm \mathrm{i}\, b(D_{xx}+D_{yy}) P . \quad (5)
$$

将(5)式左端的 $D_z P$ 离散为

$$
D_z P \approx \frac{P^{n+1}-P^n}{\Delta z} . \quad (6)
$$

根据隐式的Crank-Nicolson格式,为了保证差分运算的精度和稳定性,须将右端差分格式的中心点取成同左端一样,因此,右端的波场 P 被离散为

$$
P \approx \frac{P^{n+1}+P^n}{2} . \quad (7)
$$

将(6)和(7)式代入到(5)式得

$$
(1+cD_{xx}+cD_{yy}) P^{n+1} = (1+\bar{c} D_{xx}+\bar{c} D_{yy}) P^n , \quad (8)
$$

其中,两个共轭的复系数分别为 $c = a \mp \mathrm{i}\, b\Delta z/2$,$\bar{c} = a \pm \mathrm{i}\, b\Delta z/2$.利用因式分解,(8)式可整理为

$$
\begin{aligned}
&(1+cD_{xx})(1+cD_{yy}) P^{n+1} \\
&= (1+\bar{c} D_{xx})(1+\bar{c} D_{yy}) P^n + \varepsilon , \quad (9)
\end{aligned}
$$

其中,ε 为空间导数的交叉项,

$$
\varepsilon = c^2 D_{xx} D_{yy} P^{n+1} - \bar{c}^2 D_{xx} D_{yy} P^n . \quad (10)
$$

常规的双向分裂法直接将因式分解的交叉项 ε 忽略,并依次沿 x 方向和 y 方向进行分裂,得到两个串联的二维有限差分解

$$
(1+cD_{xx}) P_{**}^{n+1} = (1+\bar{c} D_{xx}) P^n , \quad (11)
$$

$$
(1+cD_{yy}) P_{*}^{n+1} = (1+\bar{c} D_{yy}) P_{**}^{n+1} , \quad (12)
$$

其中,P_{**}^{n+1} 是 x 方向的临时解,而 y 方向的解 P_{*}^{n+1} 就是常规双向分裂有限差分法的最终结果.为了便于研究交叉项 ε 的变化规律,我们将(10)式变换到波数域

$$
\widetilde{\varepsilon} = c^2 k_x^2 k_y^2 \widetilde{P}^{n+1} - \bar{c}^2 k_x^2 k_y^2 \widetilde{P}^n . \quad (13)
$$

(13)式可以用传播角 θ 和方位角 ϕ 表示为[2,13]

$$
\widetilde{\varepsilon} = \sin^4\theta \cos^2\phi \sin^2\phi (c^2 k^4 \widetilde{P}^{n+1} - \bar{c}^2 k^4 \widetilde{P}^n) , \quad (14)
$$

其中,$k = \omega/v$,$k_x^2/k^2 = \sin^2\theta\cos^2\phi$,$k_y^2/k^2 = \sin^2\theta\sin^2\phi$.在某一水平时间切片中,传播角 θ 为定值,因此,(14)式的最大误差出现在 $\phi = \pm 45°$.在某一垂直时间切片中,方位角 ϕ 为定值,因此,(14)式的误差随传播角 θ 的增大而增大.(14)式的这些特征同双向分裂的误差特征完全一致,为了减少或消除分裂误差,必须妥善处理交叉项 ε.

为了描述方便,将(9)式即三维FFD法的有限差分校正项变换到波数域,并整理成如下形式:

$$
\begin{aligned}
\widetilde{P}^{n+1} &= \frac{(1-\bar{c} k_x^2)(1-\bar{c} k_y^2)}{(1-ck_x^2)(1-ck_y^2)} \widetilde{P}^n \\
&+ \frac{c^2 k_x^2 k_y^2}{(1-ck_x^2)(1-ck_y^2)} \widetilde{P}^{n+1} \\
&- \frac{\bar{c}^2 k_x^2 k_y^2}{(1-ck_x^2)(1-ck_y^2)} \widetilde{P}^n . \quad (15)
\end{aligned}
$$

(15)式右端的第一项就是常规双向分裂法的波数域表达式

$$
\widetilde{P}_{*}^{n+1} = \frac{(1-\bar{c} k_x^2)(1-\bar{c} k_y^2)}{(1-ck_x^2)(1-ck_y^2)} \widetilde{P}^n . \quad (16)
$$

将(16)式代入(15)式可得最终的解 $\widetilde{P}^{n+1}$ 为

$$
\begin{aligned}
\widetilde{P}^{n+1} &= \left(1+\frac{c^2 k_x^2 k_y^2}{1-ck_x^2-ck_y^2}\right) \widetilde{P}_{*}^{n+1} \\
&- \frac{\bar{c}^2 k_x^2 k_y^2}{1-ck_x^2-ck_y^2} \widetilde{P}^n . \quad (17)
\end{aligned}
$$

(17)式表明:改进后的波场输出值 $\widetilde{P}^{n+1}$ 可以用输入波场 $\widetilde{P}^n$ 和常规的双向分裂FFD法计算得到的波场 $\widetilde{P}_{*}^{n+1}$ 在波数域的插值来表示.由于在推导过程中既保持了常规双向分裂的结构,又保留了常规双向分裂方法中被忽略的高阶空间导数交叉项,因此,引入ADIPI格式后的FFD法既保持了双向分裂的高效性又避免了分裂误差的产生.

在(17)式中,当分母 $(1-ck_x^2-ck_y^2)$ 趋近于零时,即在高波数区域会有稳定性问题,另外,高波数还会导致"心形"的倏逝波(Evanescent waves)[13],因此在算法实现过程中须使用波数低通滤波来保证稳定性并减少倏逝波噪音.

根据前面的公式推导,按(16)和(17)式可以得到具体的波场插值算法.但是,该算法在每一步延拓

中都包含四次 FFT 运算、两次有限差分运算以及一次插值运算,较常规的双向分裂 FFD 法多了两次 FFT 运算和一次插值运算. 事实上,由于各步长上的波场延拓是沿深度方向串联进行的,因此从算法上讲当前步长内的输入波场同前一步的输出波场完全相同,除了一正一反两次 FFT 运算. 为了提高运算效率,用两个二维数组存储 $\widetilde{P}_*^{n+1}$ 和 $\widetilde{P}^n$,可省去两次 FFT 运算. 因此,改进后的快速算法同常规的双向分裂 FFD 法相比,在计算量上仅多了一次波数域的插值运算,在内存开销上多了两个二维数组,而一次插值的运算量与两次 FFT 的运算量相比是非常小的.

2.3　相位误差分析

为了从理论上比较 FFD 算子和基于 ADIPI 格式的 FFD 算子的性能,用传播角 θ 和方位角 ϕ 来表达垂直波数[2,13],即 $k_z = \omega/v\cos\theta$. 常规双向分裂法的垂直波数可近似地表示为

$$\bar{k}_z = k_z^0 + \omega\Delta s - \frac{b\lambda^2}{1-a\lambda^2} - \frac{b\mu^2}{1-a\mu^2}, \tag{18}$$

其中,$k_z^0 = \sqrt{\omega^2/v_0^2 - \lambda^2 - \mu^2}$,$\lambda^2 = k^2\cos^2\phi\sin^2\theta$,$\mu^2 = k^2\sin^2\phi\sin^2\theta$. 因此,常规的双向分裂 FFD 法的相位百分误差定义为

$$R_2(\phi,\theta) = \frac{|k_z - \bar{k}_z|}{k_z} \times 100. \tag{19}$$

沿对角线方向分裂的垂直波数则可以通过将(18)式中的方位角 ϕ 旋转 45°得到

$$\bar{k}_z^{\phi} = k_z^0 + \omega\Delta s - \frac{b\lambda_\phi^2}{1-a\lambda_\phi^2} - \frac{b\mu_\phi^2}{1-a\mu_\phi^2}, \tag{20}$$

其中,$\lambda_\phi^2 = k^2\cos^2(\phi+\pi/4)\sin^2\theta$,$\mu_\phi^2 = k^2\sin^2(\phi+\pi/4)\sin^2\theta$,相应的百分误差可以表示为

$$R_2'(\phi,\theta) = \frac{|k_z - \bar{k}_z^{\phi}|}{k_z} \times 100. \tag{21}$$

因此,四向分裂 FFD 法的相位百分误差为

$$R_4(\phi,\theta) = \frac{R_2(\phi,\theta) + R_2'(\phi,\theta)}{2}. \tag{22}$$

需要说明的是,x/y 方向的误差仅仅代表算子的展开误差,并不受分裂误差的影响,而其他方向上(包括对角线方向)的误差却同时受到两种误差的影响,其大小是二者的总和.

图 1 是传播角度等于 60°时极坐标下常规双向分裂 FFD 算子在不同速度对比度下的相位百分误差随方位角变化曲线图. 如果相位误差随方位角没有变化则其误差曲线应该是一个以误差值为半径的圆,曲线偏离圆的程度越大表明分裂误差越大. 从内到外的四条曲线的变化规律表明,速度对比越强分裂误差越大. 以图中的点线即 $v_0/v = 90\%$为例,在 x/y 方向上(极角分别为 0°和 90°),相位百分误差仅有 2 %左右;而在对角线方向上(极角分别为 45°和 135°),相位百分误差却达到了 7 %左右,二者相差近 3 倍;而当 $v_0/v = 30\%$(对应于实线),两个方向上的百分误差分别约为 6 %和 17 %,虽然百分误差相差也在 3 倍左右,但百分误差明显增强.

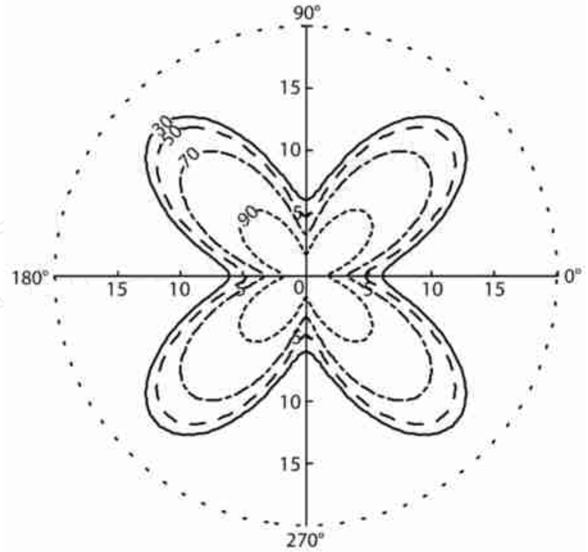

图 1　极坐标下常规双向分裂 FFD 算子的相位百分误差随方位角变化曲线图(传播角为 60°)

Fig. 1　Relative errors of conventional two-way splitting versus the azimuth angle with dip angle equal to 60° in polar coordinates

图 2 是常规双向分裂法 x/y 方向和对角线方向上的相位百分误差随传播角变化的曲线图. 很明显,所有百分误差曲线都随着传播角度的增大而加速上升,并且随着速度对比度的增大而增大. 从相同类型但不同粗(对角线方向)细(x/y 方向)的曲线对比可知,在某一速度对比度之下,算子的分裂误差总是比算子的展开误差大很多,即在传播角度相同的情况下,粗线的百分误差至少是细线的两倍以上. 另外,所有的对角线方向的百分误差曲线(粗线)都位于 x/y 方向的百分误差曲线(细线)之上,这表明分裂误差即便是在速度对比度为 90 %的情况下也比算子的展开误差在速度对比度为 30 %的情况下明显. 因此,分裂误差确实影响较大,必须加以压制或消除.

图 3 使用的坐标和图 1 完全相同,但速度对比度仅以 $v_0/v = 30\%$为例(对应于图 1 中的实线). 很明显,四向分裂法和本文方法都较常规的双向分裂法更加接近于标准的圆. 然而,四向分裂法将各个方

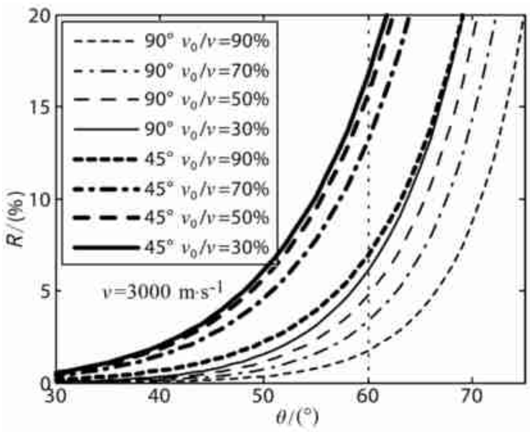

图 2 常规双向分裂法 x/y 方向和对角线方向上的相位百分误差随传播角度变化曲线图

Fig. 2 Relative errors of conventional two-way splitting versus dip angle in the diagonal and inline/cross-line directions

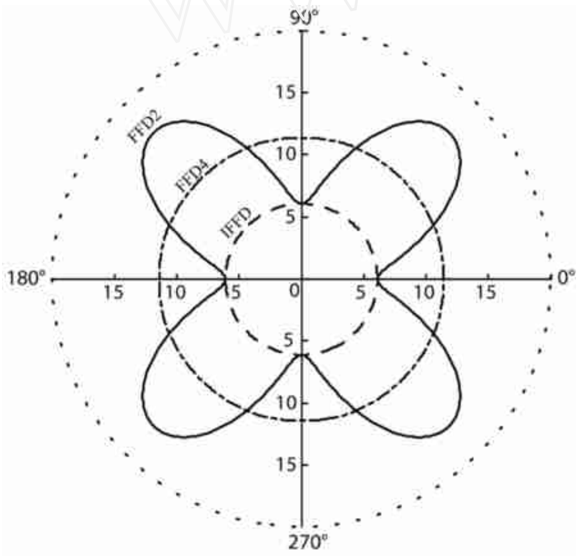

图 3 极坐标下本文方法同四向分裂法、常规双向分裂法的百分误差对比

Fig. 3 Relative error contrasts between the improved FFD, four-way splitting and conventional two-way FFD in polar coordinates

向的百分误差都校正到 12 %附近,虽然对角线方向的分裂误差从 17 %降到 12 %,但是,在 x/y 方向上却由原来的 6 %增加至 12 %. 由于 x/y 方向上的误差只是由微分算子的近似展开引起的,非 x/y 方向上的超出该误差的那部分误差才是方位各向异性误差,因此,四向分裂法不是消除分裂误差而只是将其重新分配而已. 而本文方法不仅在各个方向上具有均匀分布的相位百分误差,而且其误差值同常规双向分裂法的各个方向的最小百分误差 6 %相同,在图中表现为半径很小的圆,如图 3 中的虚线(IFFD)所示. 因此,基于 ADIPI 格式的方法是在保持了二维 FFD 算子精度的前提下消除了分裂误差.

2.4 振幅方面的考虑

上述对分裂误差的校正提高了相位(走时)信息的精确度,但相对于全波方程而言,单程波正演有较为明显的振幅问题,其主要原因是反射/透射能量的分配不合理. 为了进一步提高模拟精度,振幅问题应当予以考虑.

为了得到精确的反射/透射系数,必须在界面的每一个区间内同时给出界面倾角和波场的局部入射角,这无疑将会增加算法的复杂度和计算量,因此,需要根据正演的振幅精度进行合理的近似. 在有限差分模拟中,Graves 和 Clayton 提出了使用反射/透射系数矩阵的适当阶次的近似来实现[1],并在断块模型和盆地模型正演中获得了很好的效果. 反射系数的计算也可以采用直射线近似的方式[24]. 然而,在介质横向非均匀的条件下,地下界面弯曲起伏会导致上行波场不再是简单地由下行波场与反射系数相乘的关系,而是与空间卷积运算有关,因此这样的近似不能很好地处理多入射角问题. 另一种相对有效的方法是在反射/透射算子中引入关于界面起伏的构造量,同时考虑入射角[25],该方法能够在一定程度上模拟横向非均匀介质中起伏界面的波传播. 然而,在三维单程波正演中,同时考虑入射波和界面倾角会导致计算效率的明显降低,为了保持三维正演的效率,本文采用了水平界面垂直入射条件的反射/透射系数公式[10,11],即文献[25]中的零阶近似.

3 数值算例

3.1 单位脉冲响应

为了验证方法的有效性,设计了 x, y, z 三方向网格为 256 ×256 ×128 的均匀介质模型,网格间距均为 10 m. 真实的介质速度为 3000 m·s^{-1},参考速度为 1000 m·s^{-1},即速度对比度 v_0/v 为 33.3 %. 炮点位于表层中心(1280,1280,0),震源为 Ricker 子波,主频 20 Hz,时间采样间隔为 2 ms,记录长度为 1 s.

图 4 是传播时间为 0.2 s 时分裂误差校正前后对比图. (a1,a2,a3) 对应于常规双向分裂法,(b1,b2,b3) 对应于本文方法,(a1,b1) (a2,b2) (a3,b3) 水平时间切片对应的传播角依次为 50°,60°,70°. 很明显,常规双向分裂法的时间切片表现为波场仅能够在 x 和 y 方向正确传播,越偏离这两个方向波场传

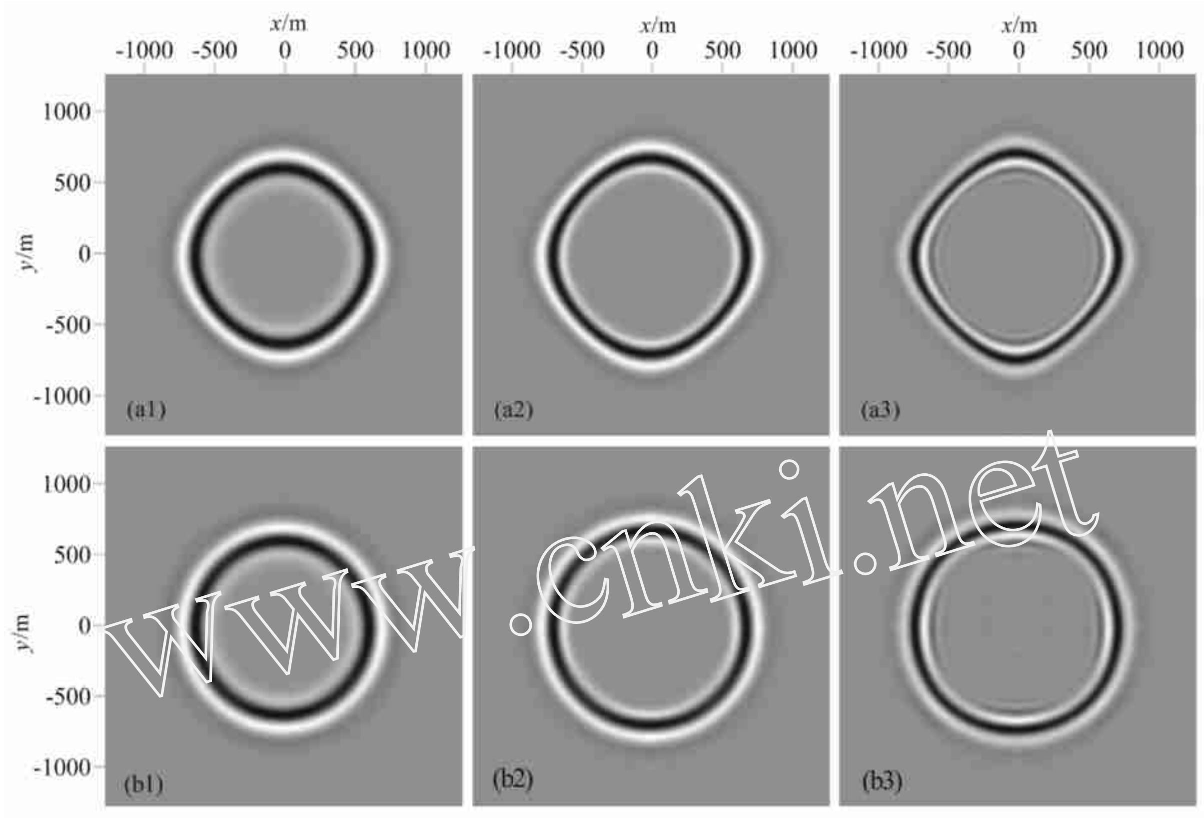

图4　传播时间为0.2 s时分裂误差校正前后对比图

Fig. 4　Comparison of the time slice between the conventional two-way splitting FFD method (a1, a2, a3) and the proposed method (b1, b2, b3)

播越慢,最大误差出现在对角线方向,即脉冲响应不再是一个标准的圆,而是一个圆角的菱形. 而本文方法得到的时间切片则可以将各个方向上的波场都校正到正确的位置上,即分裂误差被消除.

我们编制的三维双向分裂FFD正演程序在Intel Xeon 5160 3 GHz/2G DDR2的单节点服务器上的运行时间为256 s;而基于ADIPI格式的FFD法则为287 s,计算效率降低约12%,但该方法能获得正确的模拟结果.

3.2　单炮合成记录

对三维French模型进行了一些改造,如图5所示,三方向网格为256×256×160,间距均为10 m. 倾斜界面的倾角为45°;两个穹隆的半径均为600 m,球心坐标分别为(700, 1100, 1300), (1600, 1800, 1300); 三个水平面的深度依次为600 m、1000 m、1500 m. 上下两层的速度为2000 m·s^{-1},中间层的速度为4000 m·s^{-1}. 炮点位于模型表层的中心(1280, 1280, 0), Ricker子波主频为20 Hz,记录长度2 s. 根据三维有限差分法[26]的稳定性条件,时间采样间隔取为1 ms.

使用三维有限差分法[26]和本文方法分别得到了单炮正演记录[10,11]过炮点的y方向剖面,如图6a和6b所示. 不难看出,一次反射波的走时和相位特征都模拟得很好,但对于振幅而言,本文方法同三维有限差分法确实还有一定的差距,尤其是在大角度反射部分,如果对振幅的精度要求较高,可以采用更

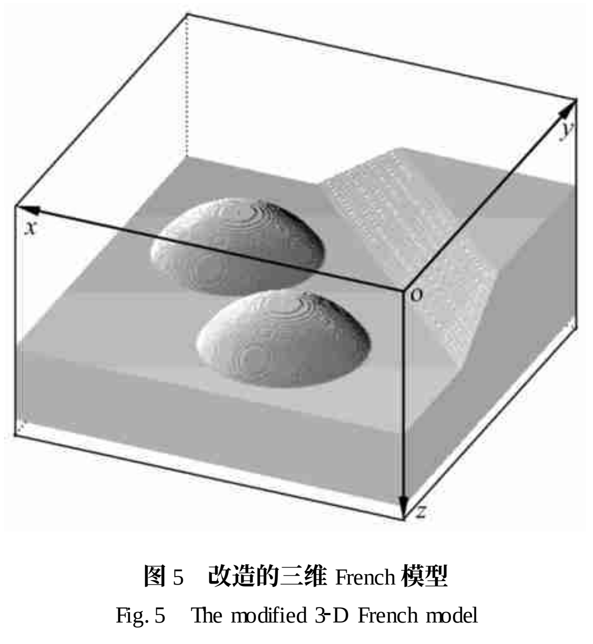

图5　改造的三维French模型

Fig. 5　The modified 3-D French model

高阶的振幅修正项[1,25]. 三维有限差分法和本文方法所使用的内存基本相当,在 Intel Xeon 5160 3 GHz/2G DDR2 的单节点服务器上的计算时间则分别为 5282 s 和 1496 s,前者是后者的 3.5 倍. 需要说明的是,二者使用的模型参数完全相同,该模型对于三维有限差分法是刚好满足稳定性条件的,但是对于本文方法则过于细密. 我们现将模型隔点抽样为 128 ×128 ×80,即网格间距为 20 m,时间采样间隔取为 2 ms,其他参数保持不变,本文方法的运行时间为 141 s,其剖面(图 6c)同图 6b 相比没有明显变化,即本文方法的空间网格和时间间隔均取为有限差分法的两倍时仍然具有很高的精度. 然而,有限差分法在此模型上不能满足稳定性条件[26],无法运行. 10 m 间距有限差分法的运行时间(5282 s)是稀疏网格(20 m 间距)下本文方法(141 s)的 37 倍. 图 6c 中有微弱的背景噪音,文中采用增加记录长度到 4 s 的方式进行压制,图 6d 只显示了 0～2 s 的剖面,背景噪音基本消除,运行时间为 288 s. 此时,三维有限差分法的运行时间仍是本文方法的 18 倍.

3.3 零偏移距合成记录

根据爆炸反射界面原理,零偏移距地震记录可以通过半速度的单方向传播得到. 但是,速度值减半将影响到有限差分法的稳定性条件[26],当 Ricker 子波主频为 20 Hz 时,三维有限差分法有明显的数值频散,而本文方法仍然可以得到很好的结果. 为了便于对比,将 Ricker 子波的主频统一设为 15 Hz. 图 6e 和 6f 分别是使用三维有限差分法和本文方法得到的 French 模型的零偏移距合成记录,二者都是经过

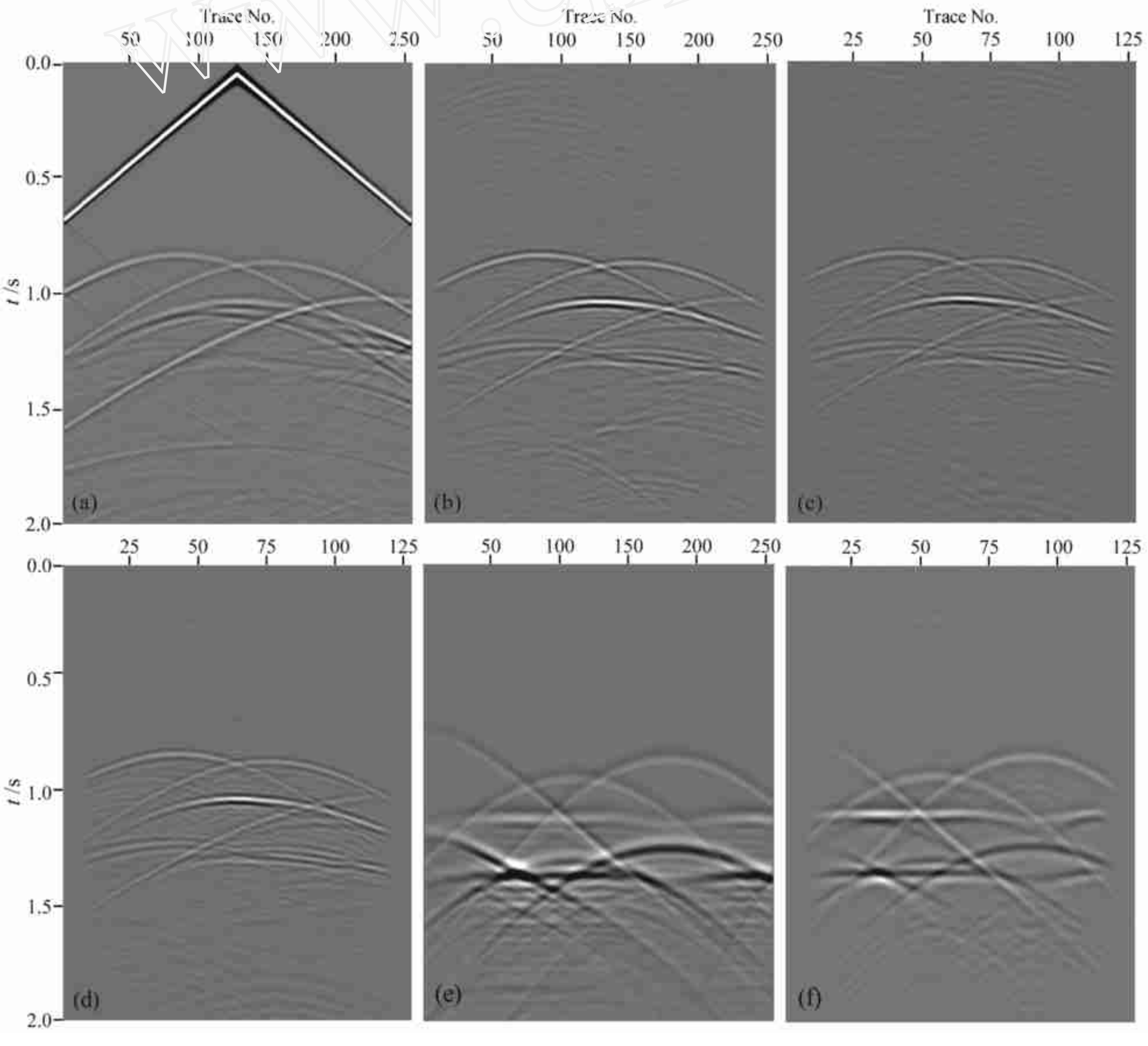

图 6 有限差分法和本文方法的正演剖面对比

Fig. 6 The modeling results by 3-D finite-difference method and the proposed method

炮点的 x 方向的剖面,运行时间分别为 5394 s 和 78 s,前者是后者的 69 倍. 对于三维有限差分法,作一次零偏移距正演比同规模的单炮正演要略微慢一些,这主要是因为单炮正演只需引入一次震源,而零偏移距正演的每一时间步长都需要在界面位置引入震源. 另外,本文方法的零偏移距正演所需的时间约为同规模单炮正演的一半,这主要是因为零偏移距正演只需进行一次自下而上的延拓,而单炮正演则需要先自上而下、后自下而上两次延拓[8,10,11]. 不难看出,图 6e 和 6f 具有较好的相位以及走时的一致性,主要差别存在于振幅方面. 另外,由于吸收边界为 15 道的单边 Hanning 窗,因此,剖面左右两侧的振幅同有限差分法相比还有很大的差别.

4 结论与讨论

4.1 同全程波有限差分法的对比

设模型在 x、y、z 方向的网格数目依次为 N_x、N_y、N_z,有效频率个数为 N_w,则三维有限差分方法单炮记录正演的内存开销由速度模型以及模型上三个时刻的实数波场构成,即 $N_x \times N_y \times N_z \times (1+3) \times 4$ 字节;而 FFD 法的内存开销则主要为下行波在三维速度模型上的复数波场和某一层有效频带范围内的复数波场,即 $N_x \times N_y \times N_z \times 8 + N_x \times N_y \times N_w \times 8$ 字节. 若零偏移距记录正演采用爆炸反射面的假设,则三维有限差分方法的内存需求同单炮记录正演完全相同,而本文方法的内存开销相对于单炮记录正演则有很大减少,仅为 $N_x \times N_y \times 4 + N_x \times N_y \times N_w \times 8$. 需要说明的是,上面讨论中假设两种方法使用的模型完全相同. 由于本文方法可以使用较大的空间网格和时间步长,因而其效率可以提高几倍到几十倍,而三维有限差分法则无法进一步改进.

三维有限差分方法主要有以下几方面限制:1) 网格间距要求很小才不至于产生明显的数值频散;2) 为了保证算法的稳定性,时间步长受制于网格间距,而网格间距又受制于模型中的最小速度和子波最大频率等参数;3) 每个时间步长上的计算都同三维模型的所有网格有关,因此,其计算量和内存需求在模型大到一定程度后很难在当前规模的计算机上实现;4) 即使是在十分简单的模型条件下,算法也不能进行简化;5) 难于掌控的直达波和多次波将会影响我们关心的一次反射波的信噪比.

相比之下,本文方法对模型的离散方式没有严格要求,可以在相对较粗的空间网格和时间步长下得到很好的结果,因此,本文方法的实际效率要比有限差分法高很多,更适合于大规模的正演. 另外,FFD 法的实现分为三个串联的步骤,即相移、时移校正和有限差分校正,可以根据延拓步长内的模型复杂程度合理地选择算子阶数.

值得注意的是,有限差分法可以模拟任意角度传播的波,而且具有精确的振幅和相位特征;而本文方法既有传播角度的限制又有振幅方面的问题. 因此,方法的选择需要考虑精度和效率的具体要求.

4.2 同单程波有限差分法的对比

Wang 提出的 ADIPI 法[19]能有效地消除分裂误差,但是,由于单程波有限差分法是在频率空间域实现的,而作为分裂误差校正的波场插值却必须在频率波数域进行,因此需要在每一步延拓过程中增加两次 FFT 运算. 而本文方法原本就是在波数域和空间域交替进行的,通过借用常规 FFD 法中的正反 FFT 运算的结果,无需额外增加 FFT 运算. 单程波有限差分法的另一个缺点是有明显的数值频散问题和倾角限制[1~3,13],而本文方法具有相对较弱的数值频散和更大的倾角范围[16],因此本文方法较单程波有限差分法更适合于正演问题. 采用 Claerbout 提出的 1/6 技巧[13]以及刘洪等提出的大步长延拓理论[27],可以进一步减小数值频散.

4.3 同常规的四向分裂 FFD 法的对比

四向分裂方法[20]是常用的分裂误差校正手段,即在常规的双向分裂法基础上串联两次对角线方向上的校正. 事实上,四向分裂法并未将分裂误差消除,而是将其相对均匀地分配到各个方位角上,这对于强横向速度对比和高倾角处理是不利的,因为分裂误差的重新分配会使精度原本很高的 x/y 方向的精度明显降低. 另外,四向分裂法要求 x 和 y 方向的采样间隔相同,而在实际勘探过程中,该条件很难满足,需要进行额外的插值处理. 即便等间隔条件得以满足,反复地在 x/y 方向与对角线方向之间进行波场旋转也是比较费时的. 因此,四向分裂方法虽然使分裂误差得以改善,但其代价是既降低了精度和效率,又降低了方法对数据的适应能力. 而我们提出的方法既保持了双向分裂法的程序结构和运算效率,又不损害 x/y 方向的精度,而且对数据的要求相对常规的双向分裂法而言没有任何变化.

总之,基于 ADIPI 格式的 FFD 法仅增加很小的计算量就消除了三维 FFD 法的分裂误差,而且保持了二维 FFD 方法的各种优良性能. 本文将该方法应

用于复杂模型的单程波正演,结果表明,该方法具有很强的适应速度横向变化和陡倾角的能力,基本没有频散效应,可以快速、精确地模拟我们当前勘探中所关心的一次反射波的相位和走时特征,是一种较为理想的复杂介质条件下的三维单程波正演方法.

参考文献(References)

[1] Graves R W, Clayton R W. Modeling acoustic waves with paraxial extrapolators. *Geophysics*, 1990, **55**(3): 306～319

[2] Li Z. Compensating finite-difference errors in 3D migration and modeling. *Geophysics*, 1991, **56**(6): 1650～1660

[3] **金胜汶,陈必远,马在田. 三维波动方程有限差分正演方法. 地球物理学报**, 1994, **37**(6): 804～810
Jin S W, Chen B Y, Ma Z T. Three-dimensional wave equation forward modeling by the finite-difference methods. *Chinese J. Geophys.* (*Acta Geophysica Sinica*), 1994, **37**(6): 804～810

[4] Gazdag J. Wave equation migration with the phase-shift method. *Geophysics*, 1978, **43**(7): 1342～1351

[5] Stoffa P L, Fokkema J T, Freire R M D, et al. Split-step Fourier migration. *Geophysics*, 1990, **55**(4): 410～421

[6] Wu R S. Wide-angle elastic wave one-way propagator in heterogeneous media and an elastic wave complex-screen method. *J. Geophys. Res.*, 1994, **99**(B1): 751～766

[7] Wu R S, Jin S, Xie X B. Seismic wave propagation and scattering in heterogeneous crustal waveguides using screen propagators: Ⅰ, SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 2000, **90**(2): 401～413

[8] Xie X B, Wu R S. Modeling elastic wave forward propagation and reflection using the complex-screen method. *J. Acous. Soc. Am.*, 2001, **109**(6): 2629～2635

[9] Le Rousseau J H, de Hoop M V. Modeling and imaging with the scalar generalized-screen algorithms in isotropic media. *Geophysics*, 2001, **66**(5): 1551～1568

[10] He Z H, Xiong G J, Zhang Y X. Nonzero offset seismic forward modeling by one-way acoustic wave-equation. 68th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1998. 1921～1924

[11] **熊高君,贺振华,张 琳等. 共炮记录正演模拟检波点下延记录原理. 石油物探**, 1999, **38**(2): 43～49
Xiong G J, He Z H, Zhang L, et al. Geophone record forward modeling from common-shot record. *Geophysical Prospecting for Petroleum* (in Chinese), 1999, **38**(2): 43～49

[12] **李 冰,刘 洪,李幼铭. 波场延拓短算子构造方法. 地球物理学报**, 2003, **46**(2): 246～251
Li B, Liu H, Li Y M. A construction method of the short operator for wavefield extrapolation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2003, **46**(2): 246～251

[13] Claerbout J F. Imaging the Earth's Interior. Blackwell Scientific Publications Inc., 1985

[14] **马在田. 高阶有限差分偏移. 石油地球物理勘探**, 1982, **17**(1): 6～15
Ma Z T. Finite-difference migration with higher-order approximation. *Oil Geophysical Prospecting* (in Chinese), 1982, **17**(1): 6～15

[15] Huang L, Fehler M. Accuracy analysis of the split-step Fourier propagator: implications for seismic modeling and migration. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1998, **88**(1): 18～29

[16] Ristow D, Rühl T. Fourier finite-difference migration. *Geophysics*, 1994, **59**(12): 1882～1893

[17] Biondi B. Stable wide-angle Fourier finite-difference downward extrapolation of 3-D wavefields. *Geophysics*, 2002, **67**(3): 872～882

[18] Brown D L. Applications of operator separation in reflection seismology. *Geophysics*, 1983, **48**(3): 288～294

[19] Wang Y. ADI plus interpolation: Accurate finite-difference solution to 3D paraxial wave equation. *Geophysical Prospecting*, 2001, **49**(5): 547～556

[20] Ristow D, Rühl T. 3-D implicit finite-difference migration by multiway splitting. *Geophysics*, 1997, **62**(2): 554～567

[21] **张文生,张关泉. 螺旋坐标下的因子分解合成炮叠前深度偏移. 地球物理学报**, 2003, **46**(4): 520～525
Zhang W S, Zhang G Q. Factorization synthesized-shot prestack depth migration in the helical coordinate system. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2003, **46**(4): 520～525

[22] Zhang J H, Wang W M, Fu L Y, et al. 3D Fourier finite-difference migration by ADI plus interpolation. *Geophysical Prospecting*, 2007, (Accepted)

[23] Fu L Y. Broadband constant-coefficient propagators. *Geophysical Prospecting*, 2005, **53**(3): 299～310

[24] **刘礼农,崔凤林,张剑锋. 三维复杂构造中地震波模拟的单程波方法. 地球物理学报**, 2004, **47**(3): 514～520
Liu L N, Cui F L, Zhang J F. Seismic modeling with one-way wave equation in 3-D complex structures. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, **47**(3): 514～520

[25] **谢桂生,刘 洪,李幼铭等. 界面起伏条件下反射/透射算子+单程波方程的地震波模拟方法. 地球物理学报**, 2005, **48**(5): 1172～1178
Xie G S, Liu H, Li Y M, et al. Seismic modeling by reflection/transmission operator and one-way wave equation under the condition of fluctuating reflectors. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, **48**(5): 1172～1178

[26] Mufti I R. Large-scale three-dimensional seismic models and their interpretive significance. *Geophysics*, 1990, **55**(9): 1166～1182

[27] **刘 洪,袁江华,陈景波等. 大步长波场深度延拓的理论. 地球物理学报**, 2006, **49**(6): 1779～1793
Liu H, Yuan J H, Chen J B, et al. Theory of large-step wavefield depth extrapolation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(6): 1779～1793

(本文编辑 何 燕)