

秦泽光, 赵爱华, 徐涛等. 2025. 基于起伏界面走时校正的三维最短路径射线追踪方法. 地球物理学报, 68(2): 578-594, doi: 10.6038/cjg2024S0167.

Qin Z, Zhao A H, Xu T, et al. 2025. Three-dimensional shortest path ray tracing method with travelttime correction for undulating interfaces. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 68(2): 578-594, doi: 10.6038/cjg2024S0167.



基于起伏界面走时校正的三维最短路径 射线追踪方法

秦泽光¹, 赵爱华^{1*}, 徐涛², 姚时^{2,3}

1 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081

2 中国科学院地质与地球物理研究所, 深层油气理论与智能勘探开发重点实验室, 北京 100029

3 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 最短路径射线追踪方法来源于图理论, 可以获得最小走时路径, 是初至波和反射波走时成像的重要正演模拟方法之一. 最短路径法通常以规则网格离散速度模型, 规则网格难以精确表征起伏地表和地下弯曲界面, 因而计算的走时精度不是很高. 减小网格尺寸可以减小计算误差, 但同时会增加计算时间, 对于三维模型尤其如此. 为此, 本文针对三维模型提出一种基于规则网格的走时校正方法: 当地震射线传播至或起始于边界节点 (近似表征界面的模型节点) 时, 将走时校正为射线传播至或起始于边界节点所对应界面节点 (模型节点网格线与界面的交点) 的走时. 应用走时校正技术后可以基本消除由界面近似引起的反射波走时误差, 并且可改善射线路径分布. 数值模型计算结果表明: 走时校正方法所用计算时间基本保持在和常规算法相同的量级, 但走时校正方法可提高反射波的走时精度约 1~2 个数量级.

关键词 射线追踪; 最短路径算法; 规则网格; 起伏界面; 走时校正

中图分类号 P315

收稿日期 2024-03-08, 2024-07-19 收修定稿

DOI: 10.6038/cjg2024S0167

CSTR: 32084.14.cjg2024S0167

Three-dimensional shortest path ray tracing method with travelttime correction for undulating interfaces

QIN ZeGaung¹, ZHAO AiHua^{1*}, XU Tao², YAO Shi^{2,3}

1 *Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China*

2 *Key Laboratory of Deep Petroleum Intelligent Exploration and Development, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

3 *University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

Abstract The shortest path ray tracing method, which originates from the graph theory, gives minimum travelttime rays from the source to receivers and plays an important role in seismic tomography with first-break or reflection travelttime. It is usually based on a regular grid spanning the model, and the accuracy of calculated travelttime is not high because of the rough characterization of the undulating surface and underground curved interfaces on the regular grid. Refining the grid reduces errors of calculated travelttime but greatly increases the computational time, especially for 3D models. To solve the contradiction between accuracy and efficiency of the shortest path method, we introduce

基金项目 国家重点研发计划项目 (2020YFA0710601) 和国家自然科学基金项目 (41374098, 41974065) 资助.

第一作者简介 秦泽光, 男, 1999 年生, 硕士研究生, 主要从事地震射线追踪方法研究. E-mail: 1390381875@qq.com

*** 通讯作者** 赵爱华, 男, 研究员, 主要从事地震学及地球深部结构研究. E-mail: ahzhao@cea-igp.ac.cn

regular grid based traveltine correction technique for three-dimensional models: when a seismic ray starts from or arrives at one of boundary model nodes with which interfaces are approximately characterized, its traveltine is modified to that of the ray starting from or arriving at the interface node (intersection points of the model-node grid and the interfaces) responding to the boundary model node. The travel time correction technique can basically eliminate the reflection wave travel time error resulting from the interface approximation. The improvement on the traveltine accuracy also betters the ray path distribution. Numerical tests show that application of the traveltine correction technique to calculating reflection traveltine increases the accuracy by about 1–2 orders of magnitude while the computation time remains the basically same order as that of the conventional algorithm.

Keywords Ray tracing; Shortest path algorithm; Regular grid; Fluctuating interfaces; Traveltine correction

0 引言

地震射线追踪技术在勘探地震学和理论地震学研究中起着重要作用 (Červený, 2001; Gjøystdal et al., 2002; Xu et al., 2006, 2010, 2014; 李飞等, 2013; 桑莹泉等, 2021)。在深地震测深中常常需要计算理论走时以解释观测到的震相 (李松林等, 2006; 张忠杰等, 2013); 在偏移成像, 例如克希霍夫叠前偏移 (Popovici and Sethian, 2002; 刘文革和王毓玮, 2021) 中, 需要计算绕射点的理论走时以使绕射波归位; 在地震定位中, 通常根据理论走时与观测到时之差来约束震源位置 (Thurber and Rabinowitz, 2000; Guo and Zhang, 2017; 赵爱华, 2021); 在走时层析成像中, 理论计算的地震射线路径和走时是调整模型参数的基础 (Iyer and Hirahara, 1993; Rawlinson et al., 2010; 张风雪等, 2011; Zhao, 2015); 在井间地震勘探中, 模拟井间地震射线的走时及传播路径是处理地震数据的关键步骤 (赵驰等, 2022; 王永奎等, 2022b); 利用波形确定震源时空分布的扫描算法, 在原理上类似于逆时偏移成像, 同样基于理论走时的计算 (Kao and Shan, 2004)。随着观测精度的提高和海量数据的积累, 对理论走时的计算精度和计算效率提出了更高的要求 (邴琦等, 2020)。

地震学家在不同时期发展出多种射线追踪方法 (张钊等, 2000; Červený, 2001; Rawlinson and Sambridge, 2003; Rüger, 2004; Červený et al., 2007; Rawlinson et al., 2008; 李强和白超英, 2012; 赵烽帆等, 2014; 王东鹤等, 2016)。目前有六种主流的方法: 打靶法 (Julian and Gubbins, 1977; 高尔根等, 2002; 徐涛等, 2004)、弯曲法 (Julian and Gubbins, 1977; Xu et al., 2006, 2010, 2014) 或伪弯曲法 (Koketsu and Sekine, 1998; Ferretti et al., 2001; Zhang and Wang, 2021)、波前构建法 (Vinje et al., 1993, 1999; Coman and Gajewski,

2005; Lai et al., 2009; 韩复兴等, 2011)、程函方程有限差分法 (Vidale, 1988; Sethian, 2001; Rawlinson et al., 2006; 孙章庆等, 2012; 丁鹏程等, 2016; 周小乐等, 2020)、插值法 (Asakawa and Kawanaka, 1993; 张东等, 2009; 孙章庆等, 2009; Zhang et al., 2011; Wang et al., 2021) 及最短路径法 (也被称为最小走时树算法) (Nakanishi and Yamaguchi, 1986; Moser, 1991; Cao and Greenhalgh, 1993; 王辉和常旭, 2000; Zhao et al., 2004; Bai et al., 2007; Sekiguchi, 2021)。在此基础上, 发展了联合或结合不同种射线追踪技术的方法, 例如结合最短路径法和打靶法的水平层状 VTI 介质射线追踪方法 (蒋星达等, 2022)、结合弯曲法和最短路径法的射线追踪方法 (Van Avendonk et al., 2001)、基于波前构建法和快速行进法 (广义的程函方程有限差分法) 的三维走时计算方法 (Sun et al., 2017) 及结合插值法和最短路径法的三维四面体网格走时计算方法 (Nasr et al., 2020) 等。得益于人工智能技术的发展和计算机性能 (内存和计算速度) 的提高, 最近发展了基于人工神经网络的走时计算方法 (Raissi et al., 2019; Waheed et al., 2021; 邵帅等, 2022; 姚时等, 2023)。上述方法中, 最短路径法因其对复杂介质模型的适应性强, 算法稳定, 可同时计算地震波走时和射线路径, 被广泛应用于三维正反演问题中 (Rawlinson and Sambridge, 2003; Bai et al., 2010; 冯彦谦等, 2011; 黄国娇等, 2018)。

最短路径射线追踪方法以网格节点表征模型, 将模型节点间的连线作为地震波的传播路径。该方法同时基于 Huygens 原理和 Fermat 原理: 将波前面的点看作子波源点, 从子波连接而成的路径中选择走时最小的一条作为地震波传播路径。为保证计算结果的准确, 需加密子波出射方向, 但这会显著增加子波走时的计算用时。Cao 和 Greenhalgh (1993) 根据地震射线斯涅尔定律仅选择部分方向范围内的

子波进行计算; Zhao 等 (2004) 使用动态子波传播区域 (决定子波方向分布) 以减少子波走时的冗余计算. 除子波走时计算外, 波前点的管理也相当费时. 为高效地选取子波源点, 先后引入堆排序 (Moser, 1991)、快速排序和插入排序 (王辉等, 2000)、桶排序 (张美根等, 2006) 及最小堆排序 (Mao et al., 2021) 来管理波前点. 这些改进措施有效地提高了直达波的计算效率, 但对于反射波的计算仍显不足. 通常使用规则网格剖分速度模型, 模型节点由网格的中心点或角点构成. 当界面恰好穿过模型节点时, 模型节点可准确表示界面, 而当界面未穿过任何模型节点时, 则需将离界面最近的模型节点近似为界面节点 (模型节点网格线与界面的交点) (Moser, 1991; 王辉和常旭, 2000; 赵爱华和张中杰, 2004). 由于反射波走时对界面位置较为敏感, 因此当模型单元取得较大时, 界面近似将导致较大误差. 减小模型单元, 虽可减小反射波走时误差, 但会非线性地增加计算时间和内存需求. 在模型单元边界上设置次级节点 (Zhou, 1994; Bai et al., 2007) 或使用双重网格 (赵爱华和丁志峰, 2005) 可在一定程度上缓解计算效率与计算精度的矛盾. 非规则网格可更好地表征弯曲界面, 可在根本上减小界面近似带来的误差 (Zelt, 1999; 成谷和张宝金, 2006; Lan et al., 2014; 王永奎等, 2022a), 但完全基于非规则网格的算法较为复杂 (Yu et al., 2010; Huang et al., 2013; 李兴旺和白超英, 2017; Li et al., 2018; 李兴旺等, 2021). 对于层状速度模型, 在界面附近采用非规则网格、在介质内部采用规则网格, 可较好地兼顾走时计算精度和算法实现的简单性 (赵瑞和白超英, 2010; Bai et al., 2010, 2013; 赵后越和张美根, 2014). 除了使用非规则网格表征界面外, 另外一种减小因界面近似导致反射波走时误差的方法是界面走时校正方法 (赵爱华和徐涛, 2012). 走时校正方法的基本思想是: 当地震波传播至或起始于边界节点时, 将该节点的走时校正为所对应的界面节点的走时, 在不增加过多计算量的前提下, 可提高反射波走时精度 1~2 个数量级. 走时校正方法基于规则网格, 易于实现并且对内存的需求相对较低, 但目前还限于二维速度模型.

地震学中的很多反演问题, 比如地震定位、偏移成像和地震层析成像, 实际上是三维问题. 对于相同细密度的网格, 三维模型的单元数通常是二维模型的几十、几百倍. 因此, 对于三维模型, 走时计算精度与计算效率、内存需求之间的矛盾更为突出. 为此, 本文尝试将基于规则网格的走时校正最

短路径法 (赵爱华和徐涛, 2012) 扩展到三维模型, 以为三维反演问题提供一种高效的正演模拟工具.

1 最短路径射线追踪方法

在常规的三维最短路径射线追踪方法中, 地质模型被离散成大小相等的立方体单元, 该单元的中心点即为模型节点. 模型单元内的速度设为常数. 由惠更斯原理可知, 当地震波在某一单元节点激发或传播到某一单元节点时, 例如图 1 中 O 点, 可将 O 点看作新的波源向周围节点继续传播地震波 (王辉和常旭, 2000), 子波如图 1 中的有向线段 (例如 OP) 所示. 地震波从一个模型节点到另一个模型节点的可能路径就有多条. 根据费马原理, 可以选取全部可能路径中走时最小的一条, 将其视为地震波实际传播路径.

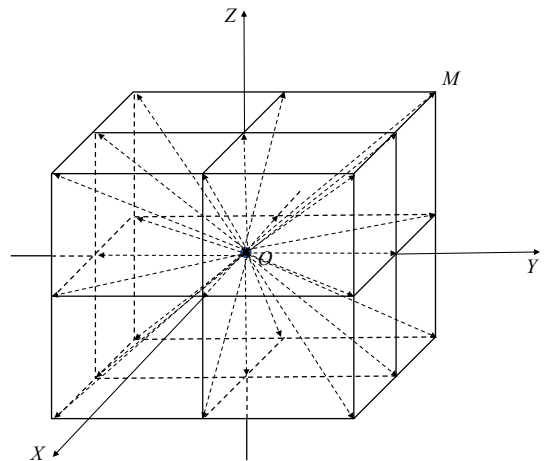


图 1 子波传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram showing propagation of secondary waves

由图 1 可知, 地震波子波传播区域越大, 其子波传播方向的分布越细密, 相应的计算精度越高, 但同时计算量也会相应增加. 地震波在介质中的传播遵循斯奈尔定律, 这意味着, 从图 1 中 O 点到某个模型节点的射线路径的计算, 仅需涉及 O 点的部分子波. 因此, 当子波传播区域取得较大时, 将存在大量的冗余计算. 针对这个问题, Zhao 等 (2004) 提出了一种基于动态子波传播区域的最短路径射线追踪方法. 在其方法中, 既考虑当前子波源点的子波, 又考虑来自当前子波源点之上级源点及其周围模型节点的子波, 即使预先设置的子波传播区域较小, 也能取得较高的计算精度, 因而具有较高的计算效率 (赵爱华和张中杰, 2004).

设 N 为模型单元中心点的集合, $E_{DP}(i)$ 为点

$i \in N$ 有效方向点 (表示子波方向的点, 例如图 1 中的 P 点) 的集合, $j \in E_{DP}(i)$ 的可能子波源点集合为 $P_S(i, j)$, $P_S(i, j)$ 由三部分组成: i 、 i 的子波源点 $S(i)$ (王辉和常旭, 2000; Zhao et al., 2004) 以及 $S(i)$ 周围 26 个节点. 震源 O 点处的走时 $t(O)$ 为零. 子波由 $i \in N$ 传播至点 $j \in E_{DP}(i)$ 的走时记为 $dt(i, j)$. 将地震射线的传播过程近似为模型节点走时的更新过程, 因此可将集合 N 分为三个子集合: 走时未到最小但其有效方向点的走时至少有一个已达到最小的点的集合 Q , 走时已达到最小的点的集合 M , 除去 M 、 Q 后剩余点的集合 R (Klimeš and Kvasnička, 1994). 这样, 使用动态子波传播区域计算从 O 点到点 $i \in N$ 初至波走时的算法可归结为 (Zhao et al., 2004; 赵爱华和张中杰, 2004; 王川等, 2018):

(1) 初始化

$$M := \emptyset, t(i) := \infty (i \in N),$$

$$Q := \{O\}, R := N - \{O\}, t(O) := 0.$$

(2) 查询

在 Q 中查询最小走时 $t(i) (i \in Q)$.

(3) 更新

$$t(j) := \min\{t(j), t(k) + t(k, j)\} (k \in P_S(i, j), j \in E_{DP}(i) \cap Q),$$

$$t(j) := \min\{t(k) + dt(k, j)\} (k \in P_S(i, j), j \in E_{DP}(i) \cap R),$$

将 j 点由 R 集合转入 Q 集合中, 将 i 点由 Q 集合转入 M 集合中.

(4) 循环判断条件

如果 $Q = \emptyset$, 则计算结束; 否则回到 (2), 其中, \emptyset 表示空集合.

反射波的计算分为两个步骤, 当震源和检波器位于地表时: 从震源到界面的下行波计算与界面到检波器的上行波计算. 下行波的计算起点为震源, 初始走时为零, 传播到界面 R 的任一模型节点为止; 上行波的计算起点为反射界面, 将组成反射界面的模型节点看作新的“震源”激发地震子波, 它们的初始走时为对应下行波的到时, 传播到所有检波器节点为止 (王辉和常旭, 2000; Zhao et al., 2000).

2 三维走时校正方法

当模型以规则网格剖分时, 模型节点通常并不会恰好和界面节点 (由模型节点所构成的网格与速度界面的交点) 重合. 因此难以精细地处理弯曲界面反射波. 当界面的几何形态变化不是很剧烈时, 界面节点和离其最近的模型节点 (边界节点) 存在对应

关系, 这样地震射线传播至界面节点的走时可记录于界面节点所对应的边界节点处; 界面节点和其所对应的边界节点之间的距离小于单元边长, 通常远远小于地震子波的长度, 因而传播至界面节点的子波走时可借助泰勒公式对传播至界面节点所对应的边界节点的子波走时进行校正近似获得. 基于这种认识, 赵爱华和徐涛 (2012) 提出了一种二维走时校正方法, 本文将该方法扩展至三维模型, 具体描述如下.

假设模型以规则网格剖分为大小相等的立方体, 立方体的中心点为模型节点, 如图 2 中的空心圆所示, 图中的实心点是界面 R_1 、 R_2 与由模型节点所构成网格之线的交点 (即界面节点). 当界面不是恰好穿过模型节点时, 界面节点例如 A' 通常以距其最近的模型节点 (称为边界节点) A 点代替近似表征界面. 对于地震子波从节点 A 传播到节点 B 的走时, 利用赵爱华和张中杰 (2004) 提出的最短路径算法计算, 将其记为 $dt(A, B)$. 而对于走时校正方法, 地震子波从 A 所对应的界面节点 $A' (x'_A, y'_A, z'_A)$ 到模型节点 $B (x_B, y_B, z_B)$ 时的走时 $dt(A', B)$ 可表示为

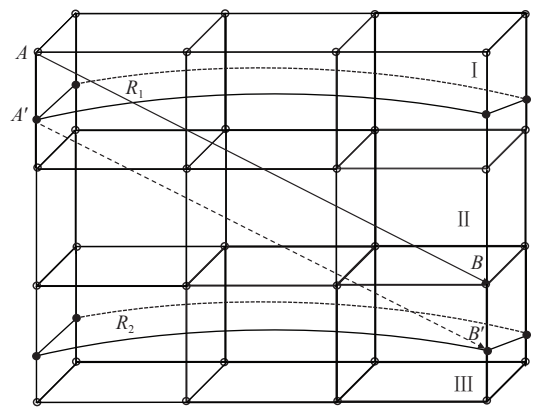


图 2 三维规则网格中的界面近似及走时校正

Fig. 2 Interface approximation and traveltime correction in three-dimensional regular grids

$$dt(A', B) = dt(A, B) + \frac{|A'B| - |AB|}{v_A}, \quad (1)$$

其中, $|AB|$ 为模型节点 A 和 B 之间的距离; 将 (1) 式中的第二项命名为走时校正项, 并记为 Δt_A . v_A 为节点 A 处的速度, 该速度应取地震射线实际传播的介质速度, 故此时 v_A 取介质 II 的速度值. 当 $|AB|$ 远大于 A 和 A' 的距离时, 可用二阶泰勒公式来近似表示 Δt_A . 设 $\Delta x = x'_A - x_A$, $\Delta y = y'_A - y_A$, $\Delta z = z'_A - z_A$. 则 Δt_A 可近似表示为

$$\Delta t_A = \frac{1}{v_A} \left\{ \frac{1}{|AB|} [(x_A - x_B)\Delta x + (y_A - y_B)\Delta y + (z_A - z_B)\Delta z] + \frac{1}{2|AB|^3} \{[(y_A - y_B)\Delta x - (x_A - x_B)\Delta y]^2 + [(x_A - x_B)\Delta z - (z_A - z_B)\Delta x]^2 + [(z_A - z_B)\Delta y - (y_A - y_B)\Delta z]^2\} \right\}. \quad (2)$$

当子波从模型节点 A 到 B 所对应界面节点 $B'(x'_B, y'_B, z'_B)$, 或子波从模型节点 A 对应界面节点 $A'(x'_A, y'_A, z'_A)$ 到 B 所对应界面节点 $B'(x'_B, y'_B, z'_B)$ 时, 走时 $dt(A, B')$ 和 $dt(A', B')$ 为

$$dt(A, B') = dt(A, B) + \Delta t_B, \quad (3)$$

$$dt(A', B') = dt(A, B) + \Delta t_B + \Delta t_A, \quad (4)$$

其中, Δt_B 为关于节点 B 的走时校正。

另外, 若子波 $A'B'$ 沿界面滑行, $dt(A', B')$ 的计算公式为

$$dt(A', B') = \frac{|A'B'|}{v}, \quad (5)$$

此处应选取界面两侧介质速度中的较小值作为 v 的值, 以防止计算首波。

由以上所述可知, 为消除界面近似导致的走时误差而进行的走时校正, 以公式 (2) 为例, 仅需额外增加约 10 次加法和约 16 次乘法, 这个量和常规的子波走时计算量 (以横跨 30 个模型节点子波射线为例, 计算其走时大约需 120 次加法和 90 次乘法) 相比不是很大; 当界面不是很多时, 由于边界节点占总的模型节点的比例不是很大, 因走时校正而增加的计算量将相当有限。当震源或检波器未处于模型节点时, 将震源点和检波点所在模型单元的节点也视为边界节点, 边界节点所对应的界面节点即为震源点或检波点; 此时, 地震子波从震源点到模型节点 (非边界节点) 的走时应使用公式 (1) 计算; 地震子波从模型节点 (非边界节点) 到检波点的走时使用公式 (3) 计算; 地震子波从震源点到检波点的走时使用公式 (4) 计算。走时校正公式的选择主要与子波射线两端的模型节点是否为边界节点有关。需要注意的是, 边界节点的速度值应以地震射线实际经过的介质速度为准。

3 模型算例

3.1 水平地表复杂模型

为验证走时校正方法对弯曲界面模型的适用性, 设计了如图 3a 的模型。模型的尺寸为 $1.5 \text{ km} \times 1.5 \text{ km} \times 1.5 \text{ km}$ 。在该模型中, 有 3 个界面: 第一个界面向里

凹陷, 满足方程 $z = 0.05(x - 1.0)^2 + 0.05(y - 1.0)^2 - 0.3$; 第 2 个界面为沿 x 轴方向向下倾斜的平面, 满足方程 $z = -0.1x + 0.7$; 第 3 个界面沿 x 轴方向上下起伏, 满足方程 $z = 0.035\sin(\pi(x - 1.0)) - 1.2$ 。模型中从上至下介质 I—IV 的地震 P 波速度分别为 2.0、2.6、3.8 和 $5.0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 。将震源置于点 (755 m, 755 m, -5 m), 检波器的坐标为 $(50 \times i + 5 \text{ m}, 50 \times j + 5 \text{ m}, -5 \text{ m})$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 29; j = 1, 2, 3, \dots, 29$)。使用打靶法计算的三个界面反射波 PP1、PP2 和 PP3 的射线路径如图 3b—d 所示。值得指出的是, 第 3 个界面的反射波存在多值现象, 例如界面上的点 (941.859 m, 778.603 m, -1212.503 m)、(576.012 m, 778.417 m, -1216.088 m)、(728.824 m, 778.511 m, -1234.691) 的反射波都到达 (805.0 m, 805.0 m, -5.0 m) 处的检波器。

对于图 3a 模型, 以密度为 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ 的网格剖分。使用非走时校正方法 (赵爱华和张中杰, 2004) 和走时校正方法, 在同一台计算机 (计算机硬件参数为: Intel(R) Core(TM) i7-6700 CPU @ 3.40 GHz) 上计算三个界面的反射波 (PP1, PP2 和 PP3) 的走时和射线路径, 射线路径如图 4 所示。由于最短路径法计算全局最小走时, 故这两种法计算的反射波都不存在多值现象。可以看出, 相比于非走时校正方法, 走时校正方法计算的反射波射线路径更接近打靶法的结果, 这一点在第 2 个界面反射波上表现得尤为明显: 非走时校正方法, 其反射点在 x 轴方向跳跃式分布 (图 4b); 而走时校正方法 (图 4e) 则和打靶法 (图 3c) 较为一致, 反射点在 x 轴方向上不存在大的跳越区。

以打靶法的计算结果 (对于多值的反射波, 取走时最小者) 为参考, 两种最短路径法的反射波走时误差如表 1 所示。可以看出, 应用走时校正技术后, 反射波走时误差显著减少: 相比于非走时校正方法, 走时校正方法三个界面反射波 PP1、PP2 和 PP3, 最大误差分别减少 99.8%、98.4% 和 90.6%, 平均误差都减少在 98% 以上, 这意味着计算精度至少提高 1 个数量级。在计算时间上, 看起来似乎有点不正常: 对于同一界面反射波 (例如 PP1), 走时校正方法的计算时间 (256.7 ms) 反而比非走时校正方法的 (267.3 s) 还略少。实际上, 计算时间不仅包括计算子

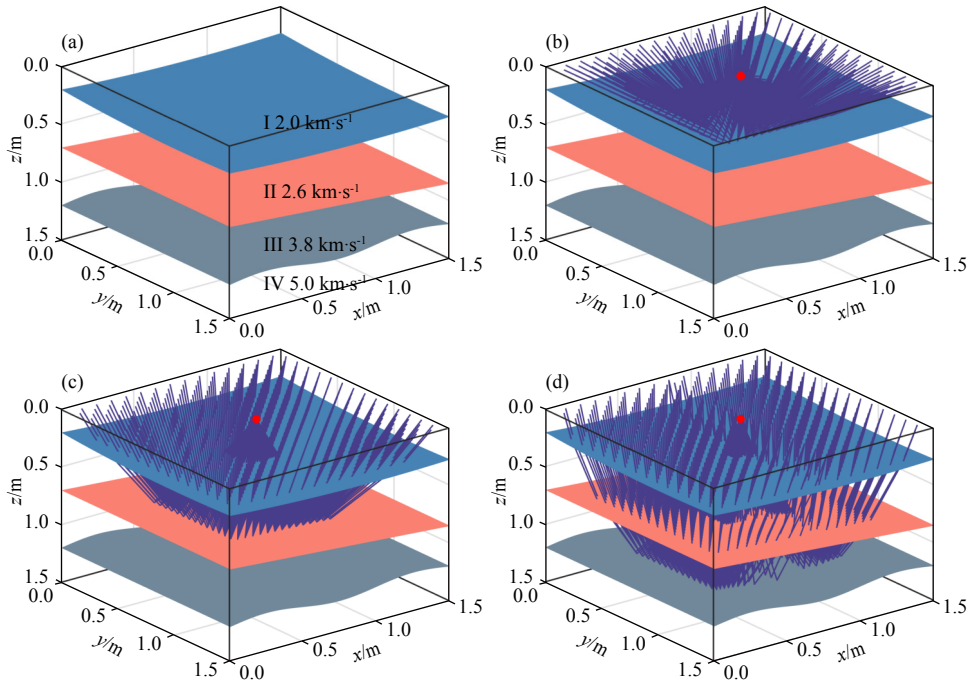


图3 水平地表复杂模型 (a) 及打靶法计算的反射波路径 (b—d)

Fig. 3 A complex horizontal surface model (a) and reflection ray paths (b—d) by a shooting method

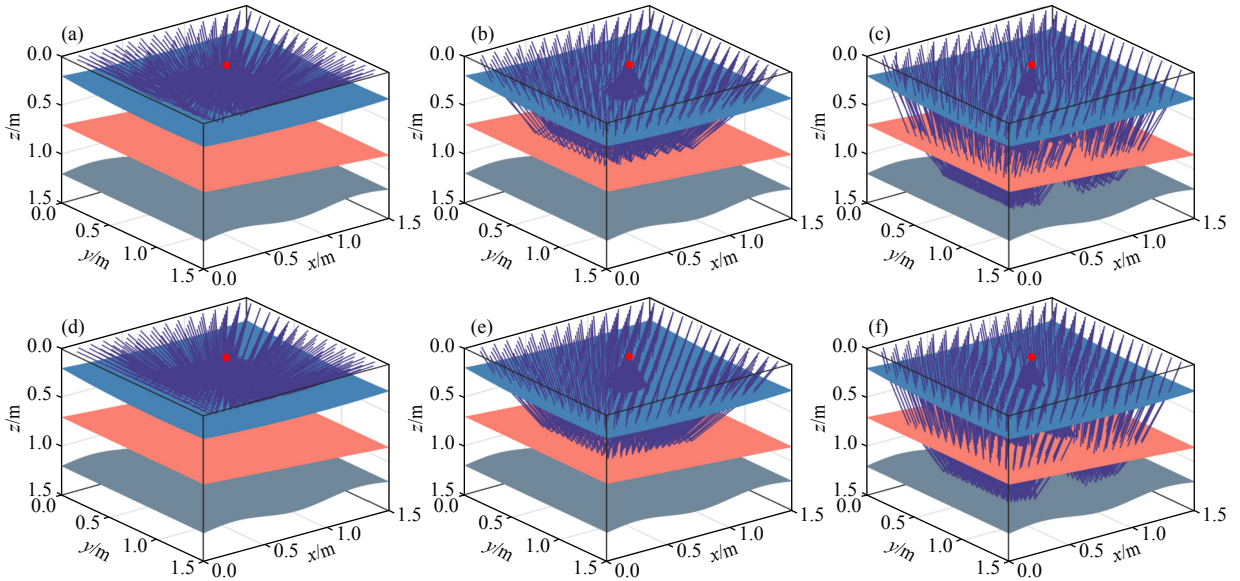


图4 非走时校正 (a—c) 和走时校正 (d—f) 最短路径法计算的水平地表复杂模型中反射波的射线路径

Fig. 4 Calculated reflection ray paths in the complex horizontal surface model using the shortest ray path methods without (a—c) and with (d—f) traveltime correction, respectively

波走时的时间, 还包括选取当前子波源点的时间。在最短路径射线追踪方法中, 管理波前点是一个极为耗时的步骤 (Moser, 1991; 张美根等, 2006; Mao and Zhao, 2021)。为高效管理波前点, 本文使用插入排序法对波前点按走时进行升序排序, 使得序列中的第一个点总是走时最小的点; 对于子波所至的模型节点, 若该模型节点未被更新过走时, 则调用插入子

程序将该模型节点按序插入波前点序列中; 若该模型节点已被更新过走时, 但新的走时更小, 则调用排序子程序调整该模型节点在波前点序列中的位置使序列保持有序 (参见最短路径法的实现步骤 (3))。表 2 显示了两种射线追踪方法计算图 3a 模型反射波调用插入子程序和排序子程序的次数。可以看出, 两种方法调用插入子程序的次数相同, 而调用排序

表 1 水平地表复杂模型两种射线追踪方法的反射波走时误差对比

Table 1 Comparison of reflection travel time errors associated with the two ray tracing methods for the complex horizontal surface model

反射波	非走时校正方法				走时校正方法			
	计算时间/s	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms	计算时间/s	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms
PP1	267.3	9.8500	3.3714	4.9028	256.7	0.0660	0.0219	0.0160
PP2	1846.4	8.0930	1.2154	6.5620	1820.9	0.6530	0.0867	0.0795
PP3	3624.5	6.5340	0.7273	5.1851	3491.4	0.6120	0.0649	0.0862

表 2 两种射线追踪方法计算水平地表复杂模型反射波调用插入和排序子程序的次数

Table 2 Number of calls to inserting and sorting subroutines in the two ray tracing methods for calculating seismic reflected waves in the complex horizontal surface model

反射波	非走时校正方法		走时校正方法	
	插入子程序调用次数	排序子程序调用次数	插入子程序调用次数	排序子程序调用次数
PP1	1236395	38168	1236395	5156
PP2	3487499	162146	3487499	242190
PP3	5366099	582535	5366099	402441

子程序的次数不同. 对于 PP1 和 PP3, 走时校正方法比非走时校正方法调用排序子程序的次数少, 这可能减少了前者选取当前子波源点的时间; 对于 PP2 波, 走时校正方法比非走时校正方法调用排序子程序的次数还多, 前者比后者总体计算用时少的原因可能主要缘于走时校正较大影响了射线分布, 使得前者用于子波计算的总体时间相对较少. 由此可见, 当模型不是很复杂、相比于总的模型节点, 边界节点数量较少时, 因走时校正而增加的计算用时较少; 若走时校正较大影响了射线分布使之更为合理, 有可能使得总的计算时间更少.

图 5 为走时校正方法计算的图 3a 中模型三个界面反射波的走时等值线图. 图 5a 显示, 第 1 个界面反射波 PP1 的走时等值线, 在中部稀疏, 向外变密, 与界面向里凹陷的特征相符. 在图 5b 中, PP2 的走时等值线在左部较稀, 在右部较密, 这是因为第 2 个界面向 x 轴正方向 (即向右) 下倾, 由此导致对于相同偏移距, 上倾方向 (震源左边) 的反射波比下倾方向 (震源右边) 的反射波走时要小. 图 5c 显示的第 3 个界面反射波 PP3 的走时等值线有两个局部最小值, 这与界面的起伏有关. 可以看出, 反射波走时的等值线分布在一定程度上反应了反射界面的几何形态.

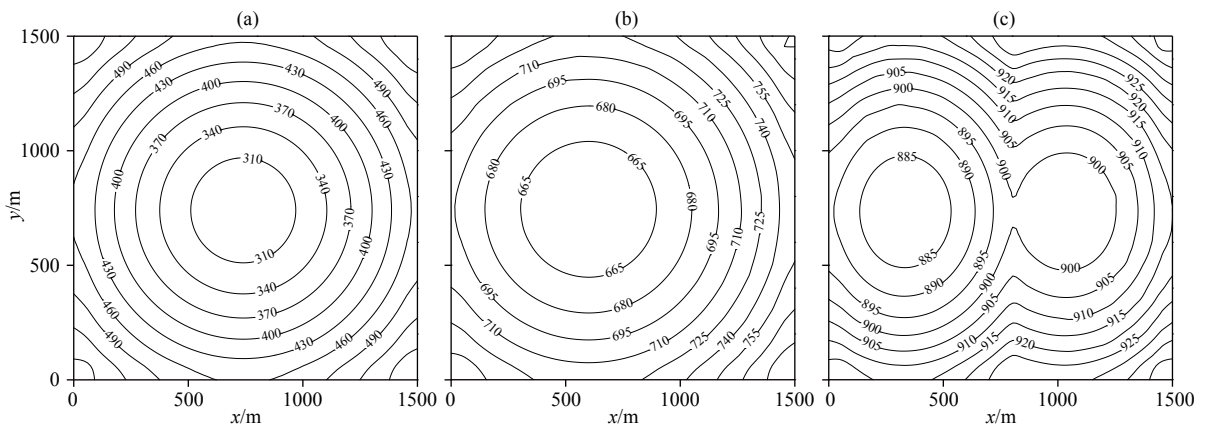


图 5 走时校正方法计算的水平地表复杂模型反射波走时的等值线图 (单位: ms)

(a) PP1 波; (b) PP2 波; (c) PP3 波.

Fig. 5 Contours of reflection traveltime (unit; ms) in the complex horizontal surface model calculated with the traveltime correction-based method

(a) PP1 wave; (b) PP2 wave; (c) PP3 wave.

3.2 起伏地表复杂模型

3.1 节所使用模型为水平地表模型, 仅在地下设置起伏界面. 实际中地表也会起伏不平, 因此需要考虑起伏地表情况. 张云等 (2018) 通过在地表附近设置不规则网格来精细刻画起伏地表; 韩令贺等 (2022) 在起伏地表附近加密网格的同时使用不规则网格以进一步减小误差. 对于本文中的走时校正方法, 可将起伏地表视作一层特殊起伏界面, 从而继续使用规则网格对模型进行剖分并计算起伏地表下的地震射线走时及射线路径.

图 6a 为一个地表起伏的模型. 在该模型中, 起伏地表满足方程:

$z = 0.035\sin(3.5\pi(x - 1.5)) + 0.035\sin(3.5\pi(y - 1.0)) + 0.02$
第一个起伏界面满足方程:

$z = 0.055\sin(2.5\pi(x - 1.5)) + 0.025\sin(2.5\pi(y - 0.8)) - 0.4$
第二个起伏界面满足方程:

$z = 0.07\sin(1.5\pi x) + 0.07\sin(1.5\pi y) - 0.8;$

第三个起伏界面满足方程:

$z = 0.035\sin(2.0\pi(x - 1.5)) + 0.035\sin(2.0\pi(y - 1.0)) - 1.3$

模型中从上至下介质 I—IV 的地震 P 波速度分别为 2.0、2.6、3.8 和 $5.0 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. 将震源置于点 (755 m, 755 m, -28.173 m), 检波器的 x 和 y 坐标满足 $(50 \times i + 5 \text{ m},$

$50 \times j + 5 \text{ m})$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 29; j = 1, 2, 3, \dots, 29$), 将对应的 x 、 y 坐标带入起伏地表所满足的方程中即可得到检波器的 z 坐标.

使用打靶法计算的界面反射波的射线路径如图 6b—d 所示. 同样的, 打靶法计算结果存在多值现象. 对于图 6a 模型, 以密度为 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ 的网格剖分. 使用非走时校方法 (赵爱华和张中杰, 2004) 和走时校正方法, 在同一台计算机 (计算机硬件参数为: Intel(R) Core(TM) i7-6700 CPU @ 3.40 GHz) 上计算界面的反射波的走时和射线路径, 结果如图 7 所示. 可以看出, 相比于非走时校正方法, 走时校正方法计算的反射波射线路径更接近打靶法的结果. 由于最短路径法计算全局最小走时, 故这两种法计算的反射波都不存在多值现象. 以打靶法的计算结果 (对于多值的反射波, 取走时最小者) 为参考, 两种最短路径法的反射波走时误差如表 3 所示. 可以看出, 应用走时校正技术后, 反射波走时误差明显减少: 相比于非走时校正方法, 走时校正方法的计算精度至少提高了至少 1 个数量级. 同样的, 走时校正方法的计算时间要少于非走时校正方法.

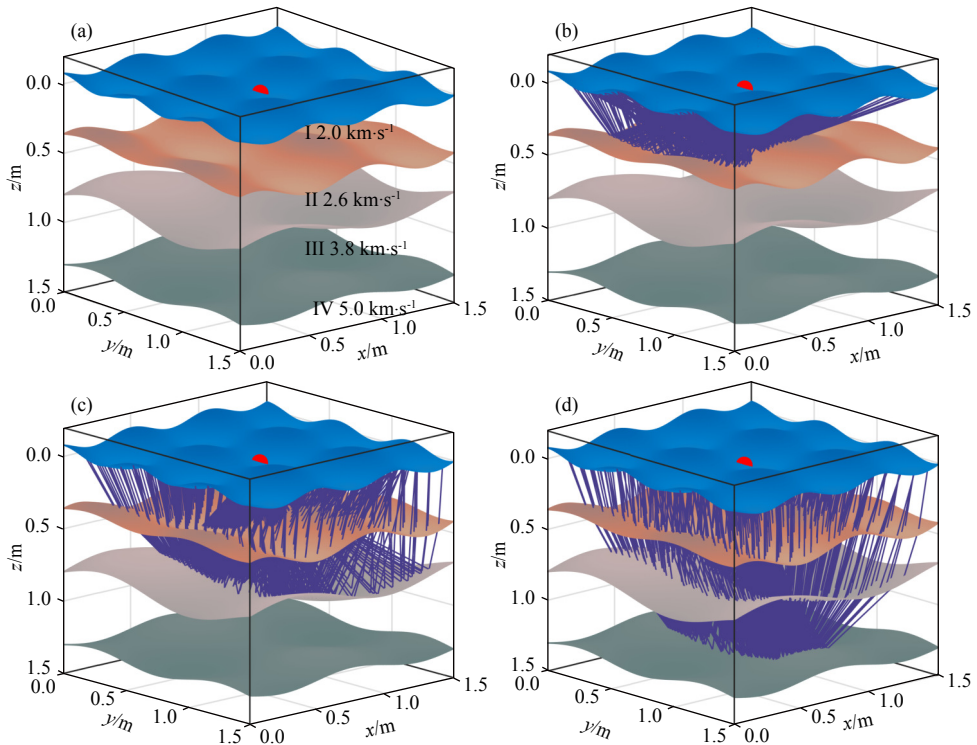


图 6 层状起伏地表模型 (a) 及打靶法计算的反射波路径 (b—d)

Fig. 6 One layered model with an undulating surface (a) and reflected wave paths calculated by a shooting method (b—d)

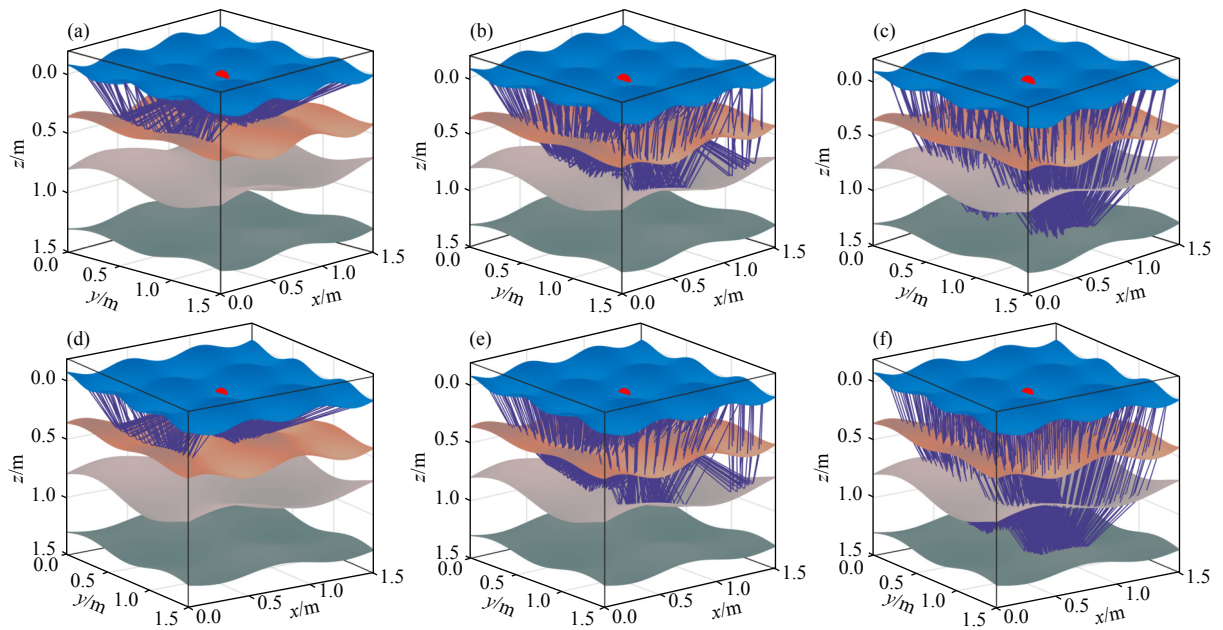


图 7 非走时校正 (a—c) 和走时校正 (d—f) 最短路径法计算的图 6a 模型中反射波的射线路径

Fig. 7 Ray paths of reflected waves in Fig. 6a model calculated using the shortest path method without traveltime correction (a—c) and that with travel time correction (d—f)

表 3 图 6a 模型两种射线追踪方法的反射波走时误差对比

Table 3 Comparison of reflection travel time errors associated with the two ray tracing methods for the model in Fig. 6a

反射波	非走时校正方法				走时校正方法			
	计算时间/s	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms	计算时间/s	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms
PP1	736.6	5.9700	1.2702	1.9559	718.4	0.1680	0.0287	0.0239
PP2	2446.5	5.4380	0.6457	2.2846	2187.9	0.2590	0.0308	0.0455
PP3	4907.9	5.3810	0.5512	2.3905	4318.4	0.4370	0.0438	0.0591

4 讨论

4.1 网格单元尺寸对反射波走时的影响

最短路径法的地震射线走时计算精度主要与网格单元尺寸和子波方向分布有关 (Moser, 1991). 网格单元大小决定了计算精度的上限, 而子波方向分布则决定了达到精度上限的程度 (Zhao et al., 2004). 地震子波以模型节点的连线表示, 若模型节点设置在模型单元中心处, 则子波方向分布决定于子波传播区域 (王辉和常旭, 2000; Zhao et al., 2000). 随子波传播区域增大, 地震射线走时误差非线性地快速降低. 对于均匀介质, 基于动态子波传播区域的最短路径法可准确计算地震波的射线路径和走时, 即使初始设置的子波传播区域很小. 最短路径法假设网格单元内速度均匀, 因此对于非均匀介质, 存在速度近似问题, 网格单元越小, 由速度近似导致的误差越小. 地球内部界面两侧介质的地震波速度相差通

常不是很大, 因此速度近似对走时误差的影响较小. 这样可以推知, 对于层状均匀介质模型, 即使模型单元较大, 使用基于动态子波传播区域的规则网格最短路径法, 计算的直达波走时精度也较高, 但其反射波的计算仍存在问题. 由于反射波走时计算涉及反射界面, 因此, 当边界节点和界面节点不重合时, 以边界节点近似表示界面 (即界面近似) 可能对反射波走时有较大影响. 即使边界节点和界面节点均重合, 反射波计算还存在反射点近似问题: 实际反射点不在模型节点上时, 反射点仅能以邻近的模型节点近似. 下面以单层均匀介质模型为例进行分析.

4.1.1 界面近似的影响

模型以规则网格剖分, 对于任一倾斜界面, 假设理论反射点正好位于界面节点上以避免反射点近似问题; 假设震源与检波器均位于地表, 检波器位于上坡. 若边界节点和界面节点的距离 (即界面近似误差) 为 d_1 , 则由界面近似引起的反射波走时误差 Δt 为

$$\Delta t = \frac{1}{v} \left| \sqrt{x_1^2 + 4(H_1 - d_1)^2 - 4x_1(H_1 - d_1)\sin\alpha} - \sqrt{x_1^2 + 4H_1^2 - 4x_1H_1\sin\alpha} \right|, \quad (6)$$

其中, x_1 为震中距, H_1 为反射界面与震源的垂直距离, α 为界面的倾角, v 为地震波速度.

对于公式 (6), 当 $x_1 = 500$ m, $H_1 = 300$ m, $v = 2.0$ km · s⁻¹, α 分别为 0°、20°、40° 和 60° 时, 倾斜界面近

似误差对反射波走时的影响如图 8a 所示. 可以看出, 随着界面近似误差 d_1 的增大, 反射波走时误差几乎线性增长; 倾斜界面角度越小, 界面近似引起的走时误差越大; 当 $x_1 = 500$ m, $d_1 = 5$ m, $v = 2.0$ km · s⁻¹, H_1 分别取 300 m、600 m 和 900 m 时, 界面倾斜程度对反射波走时的影响如图 8b 所示. 可以看出, 随着 α 的增大, 反射波走时误差呈现非线性变化; 反射界面深度越深, 界面近似引起的走时误差越大.

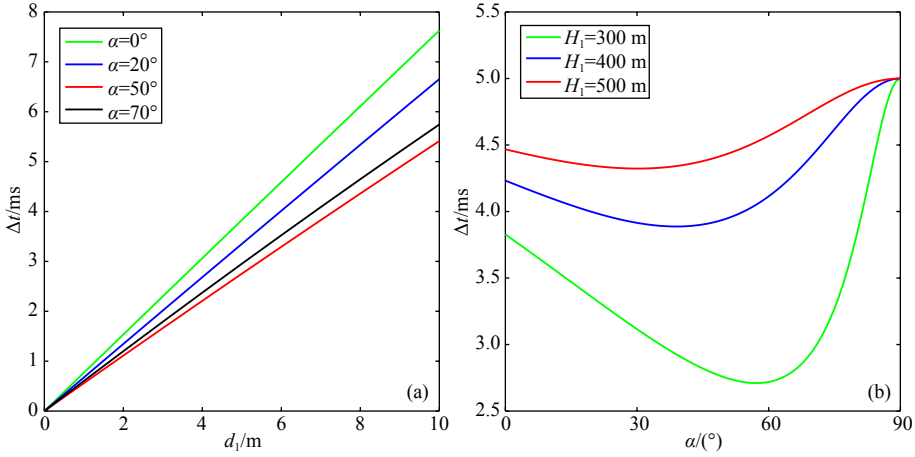


图 8 倾斜界面的界面近似导致的走时误差

(a) 不同界面倾角的走时误差随界面近似误差的变化; (b) 走时误差随界面倾斜程度的变化.

Fig. 8 Traveltime errors resulting from the approximation of inclined interfaces

(a) Variation of traveltime error associated with interface approximation error for different dip angles;

(b) Variation of traveltime error with interface dip angle.

对于图 9 中界面 (2), 即红色的水平界面, 假设理论反射点正好位于该线段的黑色节点上以避免反射点近似问题, 震源 S_1 与检波器 R_1 均位于地表. 令公式 (6) 中 $\alpha = 0$ 即可得到该水平界面近似引起的反射波走时误差. 当 $x_1 = 500$ m, $H_1 = 300$ m、600 m 和 900 m, $v = 2.0$ km · s⁻¹ 时, 水平界面近似误差对反射

波走时的影响如图 10a 所示. 可以看出, 随着界面近似误差 d 的增大, 反射波走时误差几乎线性增长; 反射界面越深, 界面近似引起的走时误差越大. 当 $d_1 = 5$ m, $v = 2.0$ km · s⁻¹, H_1 分别取 300 m、600 m 和 900 m 时, 走时误差随震中距的变化如图 11a 所示. 可以看出, 震中距越大, 界面近似所造成的走时误差越小.

对于图 9 中界面 (1), 即蓝色的垂直界面, 假设理论反射点正好位于该线段的黑色节点上以避免反射点近似问题, 震源 S_2 位于地下, 检波器 R_2 位于地表. 若边界节点和界面节点的距离 (即界面近似误差) 为 d_2 , 由垂直界面近似引起的反射波走时误差 Δt 为

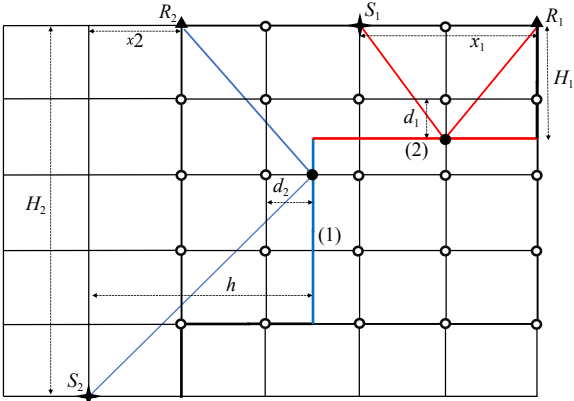


图 9 水平、垂直界面及节点近似示意图

Fig. 9 Horizontal and vertical interface and node approximation diagram

$$\Delta t = \frac{1}{v} \left| \sqrt{H_2^2 + (2(h - d_2) - x_2)^2} - \sqrt{H_2^2 + (2h - x_2)^2} \right| \approx \frac{1}{v} \frac{2}{\sqrt{1 + \left(\frac{H_2}{2h - x_2}\right)^2}} |d_2|, \quad (7)$$

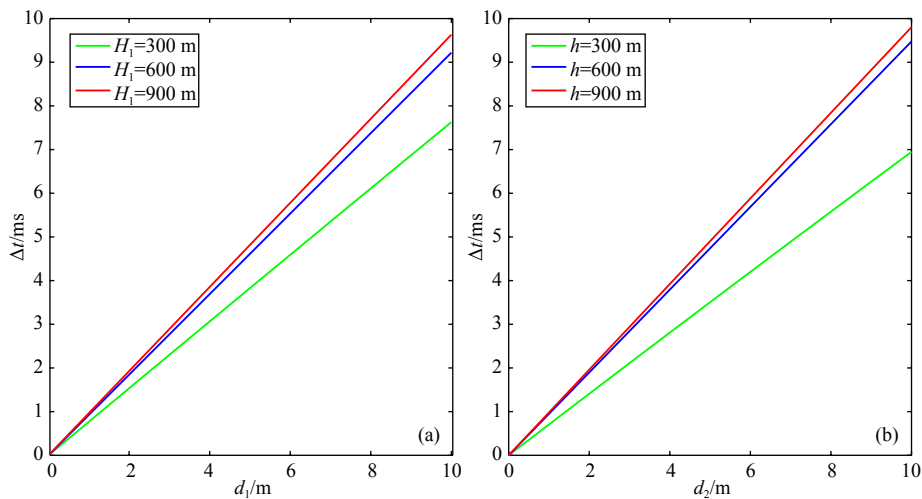


图 10 不同震源-界面距的反射波走时误差随界面近似误差的变化

(a) 水平界面; (b) 垂直界面.

Fig. 10 Variation of reflected wave travel time error with interface approximation error for different source-interface distances

(a) Horizontal interface; (b) Vertical interface.

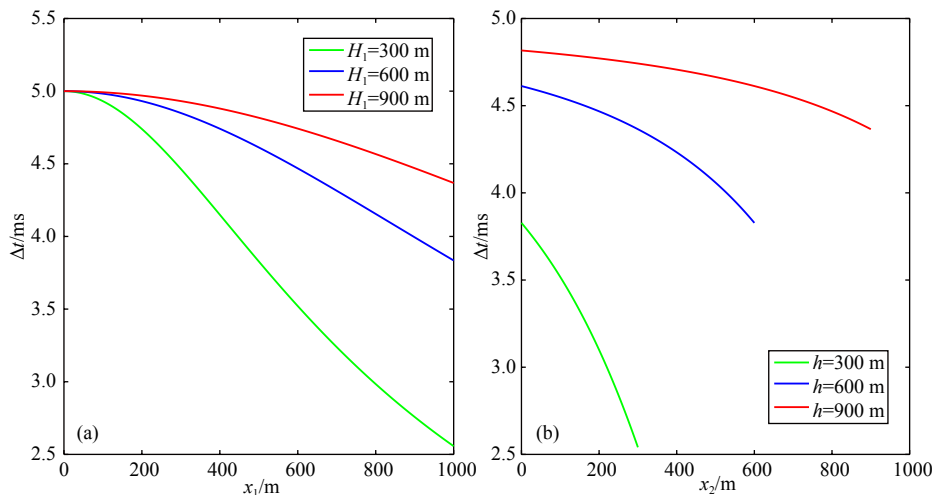


图 11 界面近似导致的反射波走时误差随震中距的变化

(a) 水平界面; (b) 垂直界面.

Fig. 11 Variation of reflected wave traveltime errors caused by interface approximation with epicentral distance

(a) Horizontal interface; (b) Vertical interface.

其中, x_2 为震中距, H_2 为震源深度, h 为震源与垂直界面的距离, v 为地震波速度.

对于公式 (7), 当 $H_2 = 300$ m, $x_2 = 300$ m, $h = 300$ m、600 m 和 900 m, $v = 2.0$ km \cdot s $^{-1}$ 时, 垂直界面近似误差对反射波走时的影响如图 10b 所示, 可以看出, 垂直界面的反射波走时误差变化趋势与水平界面的基本相同. 当 $d_2 = 5$ m, $H_2 = 500$ m, $v = 2.0$ km \cdot s $^{-1}$, h 分别取 300 m、600 m 和 900 m 时, x_2 的最大值对应为 300 m、600 m 和 900 m. 此时走时误差

随震中距的变化如图 11b 所示. 可以看出, 震中距越大, 垂直界面近似所造成的走时误差越小. 若检波器位于震源左侧, 则垂直界面近似导致的反射波走时误差随震中距增大而增大, 其极限为 $\frac{2d_2}{v}$.

4.1.2 反射点近似的影响

当界面节点与模型节点重合时, 则不存在界面近似问题, 反射波走时误差主要来源于反射点近似. 在水平界面上, 假设理论反射点与最近模型节点的距离为 b , 则反射点近似导致的误差为

$$\Delta t = \frac{1}{v} \left| \sqrt{H^2 + \left(\frac{x}{2} - b\right)^2} + \sqrt{H^2 + \left(\frac{x}{2} + b\right)^2} - \sqrt{x^2 + 4H^2} \right|. \quad (8)$$

当 $x = 500 \text{ m}$, $H = 300 \text{ m}$ 、 600 m 和 900 m , $v = 2.0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 反射波走时误差随反射点近似误差的变化如图 12 所示. 随着反射点近似误差的增加, 走时误差非线性增长, 但这种误差要比界面近似所带来的误差小两个数量级; 并且随着反射界面深度增加, 走时误差越小. 当 $b = 5 \text{ m}$, $v = 2.0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, $H = 300 \text{ m}$ 、 600 m 和 900 m 时, 反射波走时误差随炮检距变化的曲线显示在图 13 中. 可以看出, 走时误差随着震中距的增大而迅速减小; 反射界面越浅, 走时误差对震中距变化越敏感.

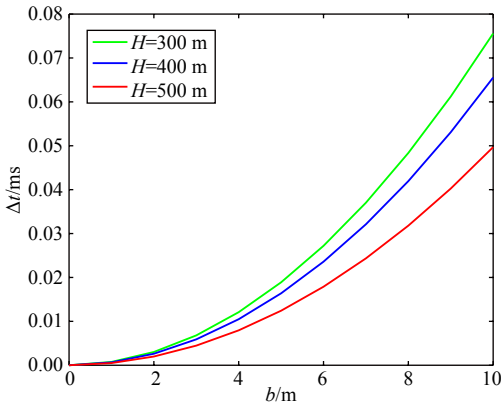


图 12 不同界面深度的反射波走时误差随反射点近似误差的变化曲线

Fig. 12 Reflection travelt ime errors resulting from the reflection point approximation for different layer thickness

可以看出, 反射点近似所造成的走时误差要远远小于界面近似所造成的走时误差, 二者相差两个数量级. 由此可知, 反射波计算误差的主要来源是界面近似. 这也是在 3.1 节与 3.2 节中反射波走时计算精度可以被提高 1~2 个数量级的原因所在.

4.2 走时校正对射线路径分布的改善

最短路径法通过比较地震射线走时确定实际的射线路径, 因此对走时进行校正可能也会影响射线路径的分布. 比较非走时校正方法和走时校正方法计算的图 3a 中模型第 2 个界面反射波 (图 4b、e), 可以看出两者有些不同, 后者更接近理论计算结果. 为进一步验证走时校正对射线路径分布的改善, 将

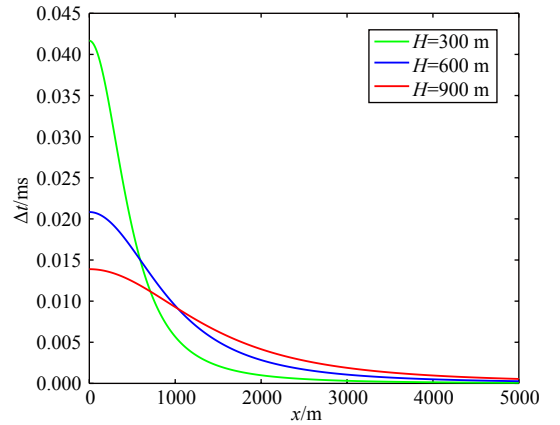


图 13 反射点近似导致的反射波走时误差随震中距的变化

Fig. 13 Variation of reflection travelt ime errors resulting from the reflection point approximation with the offset

两种最短路径法和打靶法计算的同一模型第 1 个界面反射波的射线路径一并显示在图 14 中. 可以看出, 走时校正法计算的射线路径更接近打靶法的结果, 反射点之间距离的变化平缓稳定; 而非走时校正法计算的射线路径存在较大的反射点空白区. 以打靶法计算的反射点为参考, 对于所有地表检波器, 非走时校正法和走时校正法的反射点误差 (真实反射点与计算反射点的距离) 分别如图 15 中的蓝色线和棕色线所示. 可以看出, 走时校正方法的反射点误差全部小于网格单元尺寸 (10 m), 而非走时校正方法的反射点误差波动较大, 最大时约为 90 m, 表明计算的射线路径明显偏离实际. 因此, 走时校正可以改善射线路径分布.

4.3 走时校正阶数的影响

对于图 2 中子波从边界节点 A 所对应的界面节点 $A'(x'_A, y'_A, z'_A)$ 到模型节点 $B(x_B, y_B, z_B)$ 的走时 $dt(A', B)$, 可表示为

$$dt(A', B) = dt(A, B) + \Delta t_A, \quad (9)$$

其中 $dt(A, B)$ 为子波从节点 A 到节点 B 的走时, $\Delta t_A = \frac{|A'B| - |AB|}{v_A}$, 当 $|AB|$ 远大于 A 和 A' 的距离时, 可用不同阶数的泰勒公式来近似表示 Δt_A . 二阶泰勒公式表示的 Δt_A 如公式 (2) 所示. 若改用一阶泰勒公式近似表示 Δt_A , 则 Δt_A 为

$$\Delta t_A = \frac{1}{v_A} \left\{ \frac{1}{|AB|} [(x_A - x_B)\Delta x + (y_A - y_B)\Delta y + (z_A - z_B)\Delta z] \right\}. \quad (10)$$

若改用三阶泰勒公式近似表示 Δt_A , 则 Δt_A 为

$$\Delta t_A = \frac{1}{v_A} \left\{ \frac{1}{|AB|} [(x_A - x_B)\Delta x + (y_A - y_B)\Delta y + (z_A - z_B)\Delta z] + \frac{1}{2|AB|^3} \{ [(y_A - y_B)\Delta x - (x_A - x_B)\Delta y]^2 + [(x_A - x_B)\Delta z - (z_A - z_B)\Delta x]^2 + [(z_A - z_B)\Delta y - (y_A - y_B)\Delta z]^2 \} + \frac{1}{2|AB|^5} \{ [(x_A - x_B)\Delta x + (y_A - y_B)\Delta y + (z_A - z_B)\Delta z] \times [((x_A - x_B)\Delta x + (y_A - y_B)\Delta y + (z_A - z_B)\Delta z)^2 - ((x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2) \times (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) \} \right\}. \quad (11)$$

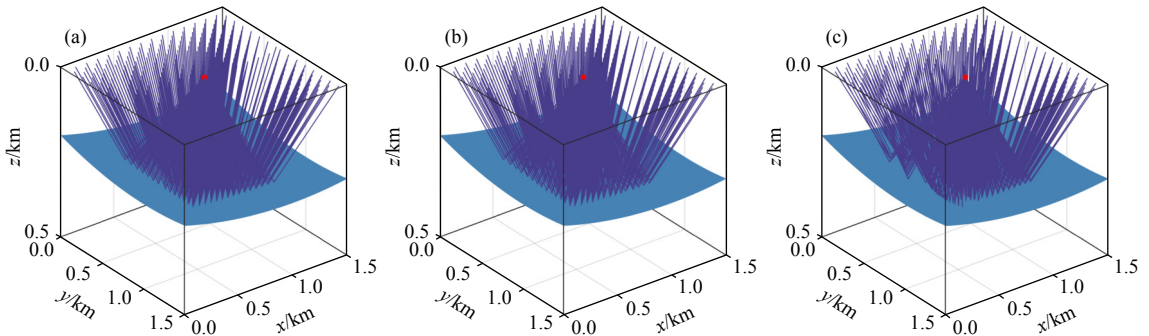


图 14 三种射线追踪方法计算的图 3a 模型第 1 个界面反射波

(a) 打靶法; (b) 走时校正法; (c) 非走时校正法.

Fig. 14 Calculated ray paths of seismic waves reflected from the first interface in the model in Fig.3a using the three ray tracing methods

(a) Shooting method; (b) Shortest path method with the traveltime correction; (c) Shortest path method without the traveltime correction.

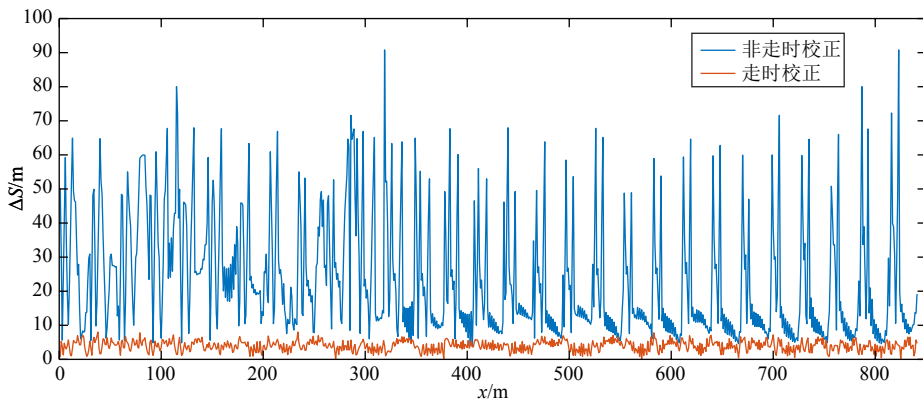


图 15 两种射线追踪方法的反射点误差

Fig. 15 Errors of reflection point positions calculated with the two ray tracing methods

分别使用一阶泰勒公式与三阶泰勒公式近似的走时校正公式计算图 3a 的复杂水平地表模型, 得到如表 4 所示的走时计算误差结果对比. 结合表 1 与表 4 可以看出, 对于 PP1 波, 二阶近似与三阶近似的结果基本相同, 且二者的平均绝对误差略小于一阶近似, 而最大绝对误差可以减小一个数量级. 对于 PP2 波与 PP3 波, 使用一阶、二阶和三阶走时校正的计算精度差别不大. 走时计算精度不仅与界面近似误差有关, 还与反射点近似误差有关. 两种因素的共同作用较为复杂, 单一地减小某项误差可能并不会一直提升计算精度. 该算例表明, 走时校正计算中使用二阶泰勒公式近似是较为合理的.

5 结论

最短路径射线追踪方法相对稳健, 基于规则网格的模型剖分在算法上成熟且易于实现, 使用动态子波传播区域可高效地计算直达波的走时和射线路径, 但对于反射波, 计算的走时误差通常较大, 即使模型单元不是很大. 当使用层状或块状均匀介质模型时, 界面近似所造成的计算误差为主要误差来源. 和界面近似相比, 反射点近似导致的误差小约 2 个数量级. 应用走时校正方法后, 当地震射线传播至或起始于边界节点时, 将该节点的走时校正为所对应的界面节点的走时, 可显著少界面近似对走时计算

表 4 不同阶数走时校正的走时误差对比

Table 4 Comparison of travelttime error with the travelttime correction of different orders

反射波	一阶近似			三阶近似		
	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms	最大绝对误差/ms	最大相对误差/%	平均绝对误差/ms
PP1	0.3380	0.0788	0.0343	0.0650	0.0217	0.0155
PP2	0.6530	0.0867	0.0766	0.6730	0.0870	0.0800
PP3	0.6130	0.0650	0.0844	0.5920	0.0643	0.0865

的影响,从而提高反射波走时精度 1~2 个数量级。大多数情况下,与所有模型节点相比,边界节点要少得多,因而由走时校正而额外增加的计算量很小。对于弯曲界面,走时校正还可改善反射波的射线路径分布,因之还可能降低总的计算用时。

References

- Asakawa E, Kawanaka T. 1993. Seismic ray tracing using linear travelttime interpolation. *Geophysical Prospecting*, 41(1): 99-111.
- Bai C Y, Greenhalgh S, Zhou B. 2007. 3D ray tracing using a modified shortest-path method. *Geophysics*, 72(4): T27-T36.
- Bai C Y, Huang G J, Li X L, et al. 2013. Ray tracing of multiple transmitted/reflected/converted waves in 2-D/3-D layered anisotropic TTI media and application to crosswell travelttime tomography. *Geophysical Journal International*, 195(2): 1068-1087.
- Bai C Y, Huang G J, Zhao R. 2010. 2-D/3-D irregular shortest-path ray tracing for multiple arrivals and its applications. *Geophysical Journal International*, 183(3): 1596-1612.
- Bing Q, Sun Z Q, Han F X, et al. 2020. Review on the seismic wave ray tracing: methods, classification, developmental present and trend. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 35(2): 536-547, doi: 10.6038/pg2020DD0003.
- Cao S H, Greenhalgh S. 1993. Calculation of the seismic first-break time field and its ray path distribution using a minimum travelttime tree algorithm. *Geophysical Journal International*, 114(3): 593-600.
- Červený V. 2001. *Seismic Ray Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Červený V, Klimeš L, Pšenčík I. 2007. Seismic ray method: Recent developments. *Advances in Geophysics*, 48: 1-126.
- Cheng G, Zhang J B. 2006. Application of triangle cell parameterization in travel-time tomography of reflection seismic data. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni (in Chinese)*, 45(5): 128-132.
- Coman R, Gajewski D. 2005. Travelttime computation by wavefront-orientated ray tracing. *Geophysical Prospecting*, 53(1): 23-36.
- Ding P C, Yang G Q, Li Z C, et al. 2016. Ray tracing based on 3D multi-stencils fast marching algorithm for complex near-surface model. *Geophysical Prospecting for Petroleum (in Chinese)*, 55(4): 483-492.
- Feng Y Q, Zhao G M, Meng X B. 2011. The application of cross-hole seismic tomography. *Geophysical and Geochemical Exploration (in Chinese)*, 35(3): 345-348.
- Ferretti G, Spallarossa D, Bindi D, et al. 2001. Comparison of two "pseudo-bending" raytracers. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 123(2-4): 115-126.
- Gao E G, Xu G M, Jiang X Y, et al. 2002. Iterative ray-tracing method segment by segment under 3-D construction. *Oil Geophysical Prospecting (in Chinese)*, 37(1): 11-16.
- Gjøystdal H, Iversen E, Laurain R, et al. 2002. Review of ray theory applications in modelling and imaging of seismic data. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 46(2): 113-164.
- Guo H, Zhang H J. 2017. Development of double-pair double difference earthquake location algorithm for improving earthquake locations. *Geophysical Journal International*, 208(1): 333-348.
- Han F X, Sun J G, Sun Z Q. 2011. Research status of the wavefront construction method. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 26(3): 1045-1051, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2011.03.033.
- Han L H, Sun Z Q, Hu Z D, et al. 2022. Travel-time calculation and characteristic analysis for first arrival in 3D complex loess plateau area using variable density and unequal distance grid. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 65(8): 3108-3122, doi: 10.6038/cjg2022P0361.
- Huang G J, Bai C Y, Greenhalgh S. 2013. Fast and accurate global multiphase arrival tracking: the irregular shortest-path method in a 3-D spherical earth model. *Geophysical Journal International*, 194(3): 1878-1892.
- Huang G J, Sun J B, Bai C Y, et al. 2018. Seismic multi-wave travelttime tomography in 3D TI media. *Oil Geophysical Prospecting (in Chinese)*, 53(1): 63-72.
- Iyer H M, Hirahara K. 1993. *Seismic Tomography: Theory and Practice*. London: Chapman & Hall.
- Jiang X D, Zhang W, Chen X F. 2022. High-efficient raytracing method in 1D horizontal layered VTI medium. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 65(9): 3540-3553, doi: 10.6038/cjg2022P0639.
- Julian B, Gubbins D. 1977. Three-dimensional seismic ray tracing. *Journal of Geophysics*, 43(1): 95-113.
- Kao H, Shan S J. 2004. The Source-Scanning Algorithm: mapping the distribution of seismic sources in time and space. *Geophysical Journal International*, 157(2): 589-594.
- Klimeš L, Kvasnička M. 1994. 3-D network ray tracing. *Geophysical Journal International*, 116(3): 726-738.
- Koketsu K, Sekine S. 1998. Pseudo-bending method for three-dimensional seismic ray tracing in a spherical earth with discontinuities. *Geophysical Journal International*, 132(2): 339-346.
- Lai H L, Gibson R L Jr, Lee K J. 2009. Quasi-shear wave ray tracing by

- wavefront construction in 3-D, anisotropic media. *Journal of Applied Geophysics*, 69(2): 82-95.
- Lan H Q, Chen J Y, Zhang Z J. 2014. A fast sweeping scheme for calculating P wave first-arrival travel times in transversely isotropic media with an irregular surface. *Pure and Applied Geophysics*, 171(9): 2199-2208.
- Li F, Xu T, Wu Z B, et al. 2013. Segmentally iterative ray tracing in 3-D heterogeneous geological models. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 56(10): 3514-3522, doi: 10.6038/cjg20131026.
- Li Q, Bai C Y. 2012. Review on seismic wavefront and raytracing in complex media. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 27(1): 92-104, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.01.011.
- Li S L, Fan J C, Wu N Y. 2006. *New Methods for Interpreting Seismic Sounding Data* (in Chinese). Beijing: Seismological Press.
- Li X W, Bai C Y. 2017. Multiple-phase seismic ray tracing in ellipsoidal coordinates. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 60(9): 3368-3377, doi: 10.6038/cjg20170908.
- Li X W, Bai C Y, Yue X P, et al. 2018. Multi-phase arrival tracking using tetrahedral cells within a 3D layered titled transversely isotropic anisotropic model involving undulating topography and irregular interfaces. *Journal of Geophysics and Engineering*, 15(1): 192-206.
- Li X W, Wu J L, Zhou B, et al. 2021. Seismic ray tracing in 2D complicated viscoelastic anisotropic media. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 36(2): 489-498, doi: 10.6038/pg2021EE0190.
- Liu W G, Wang Y W. 2021. *Seismic Imaging and Inversion* (in Chinese). Beijing: Petroleum Industry Press.
- Mao Y T, Zhao A H. 2021. Fast and accurate calculation of seismic wave travel time in 3D TTI media. *Applied Geophysics*, 18(4): 545-556.
- Moser T J. 1991. Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics*, 56(1): 59-67.
- Nakanishi I, Yamaguchi K. 1986. A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival times for two-dimensional island arc structure. *Journal of Physics of the Earth*, 34(2): 195-201.
- Nasr M, Giroux B, Dupuis J C. 2020. A hybrid approach to compute seismic travel times in three-dimensional tetrahedral meshes. *Geophysical Prospecting*, 68(4): 1291-1313.
- Popovici A M, Sethian J A. 2002. 3-D imaging using higher order fast marching traveltimes. *Geophysics*, 67(2): 604-609.
- Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. 2019. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378: 686-707.
- Rawlinson N, Sambridge M. 2003. Seismic traveltime tomography of the crust and lithosphere. *Advances in Geophysics*, 46: 81-198.
- Rawlinson N, de Kool M, Sambridge M. 2006. Seismic wavefront tracking in 3D heterogeneous media: applications with multiple data classes. *Exploration Geophysics*, 37(4): 322-330.
- Rawlinson N, Hauser J, Sambridge M. 2008. Seismic ray tracing and wavefront tracking in laterally heterogeneous media. *Advances in Geophysics*, 49: 203-273.
- Rawlinson N, Pozgay S, Fishwick S. 2010. Seismic tomography: A window into deep Earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 178(3-4): 101-135.
- Rüger A. 2004. Aspects of modern raytracing application design. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 48(1): 143-165.
- Sang Y Q, Liu Y S, Xu T, et al. 2021. Forward modeling method and application of teleseismic wavefield. *Reviews of Geophysics and Planetary Physics (in Chinese)*, 52(6): 569-586.
- Seikiguchi S. 2021. Efficient seismic ray tracing based on the shortest path method. *Geophysical Journal International*, 225(2): 729-743.
- Sethian J A. 2001. Evolution, implementation, and application of level set and fast marching methods for advancing fronts. *Journal of Computational Physics*, 169(2): 503-555.
- Shao S, Lei Y M, Lan H Q. 2022. Traveltime calculation for complex models based on physics-informed neural networks. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 37(5): 1840-1853, doi: 10.6038/pg2022FF0474.
- Sun H, Sun J G, Sun Z Q, et al. 2017. Joint 3D traveltime calculation based on fast marching method and wavefront construction. *Applied Geophysics*, 14(1): 56-63.
- Sun Z Q, Sun J G, Han F X. 2009. Traveltimes computation using linear interpolation and narrow band technique under complex topographical conditions. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 52(11): 2846-2853, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.11.019.
- Sun Z Q, Sun J G, Han F X, et al. 2012. Traveltime computation using the upwind finite difference method with nonuniform grid spacing in a 3D undulating surface condition. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 55(7): 2441-2449, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.07.028.
- Thurber C H, Rabinowitz N. 2000. *Advances in Seismic Event Location*. Dordrecht: Springer.
- Van Avendonk H J A, Harding A J, Orcutt J A, et al. 2001. Hybrid shortest path and ray bending method for traveltime and raypath calculations. *Geophysics*, 66(2): 648-653.
- Vidale J. 1988. Finite-difference calculation of travel times. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78(6): 2062-2076.
- Vinje V, Åstebøl K, Iversen E, et al. 1999. 3-D ray modeling by wavefront construction in open models. *Geophysics*, 64(6): 1912-1919.
- Vinje V, Iversen E, Gjøystdal H. 1993. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction. *Geophysics*, 58(8): 1157-1166.
- Waheed U B, Haghghat E, Alkhalifah T, et al. 2021. PINNeik: Eikonal solution using physics-informed neural networks. *Computers and Geosciences*, 155: 104833, doi: 10.1016/j.cageo.2021.104833.
- Wang C, Li Z C, Li W Y, et al. 2018. 3D first-arrival travel-time tomography based on complex near-surface model. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 33(5): 1967-1973, doi: 10.6038/pg2018BB0216.
- Wang D H, Chen Z B, Liu X, et al. 2016. Review of the seismic ray tracing method. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 31(1): 344-353, doi: 10.6038/pg20160140.
- Wang H, Chang X. 2000. 3-D ray tracing method based on graphic structure. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 43(4): 535-541.
- Wang H M, Wang D, Bai C Y. 2021. An improved LTI algorithm for multiphase raytracing in undulating surface model. *Journal of Geophysics and Engineering*, 18(2): 219-230.

- Wang Y K, Cao X Y, Yang F L, et al. 2022a. Gaussian beam forward numerical simulation based on triangulated model. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 37(4): 1613-1619, doi: 10.6038/pg2022FF0361.
- Wang Y K, Cao X Y, Yang F L, et al. 2022b. Design method of crosswell seismic geometry based on piecewise iteration ray tracing. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 37(5): 2053-2061, doi: 10.6038/pg2022FF0406.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, et al. 2004. Block modeling and shooting ray tracing in complex 3-D media. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(6): 1118-1126, doi: 10.3321/j.issn.0001-5733.2004.06.027.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, et al. 2006. Block modeling and segmentally iterative ray tracing in complex 3D media. *Geophysics*, 71(3): T41-T51.
- Xu T, Zhang Z, Gao E, et al. 2010. Segmentally iterative ray tracing in complex 2D and 3D heterogeneous block models. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 100(2): 841-850.
- Xu T, Li F, Wu Z B, et al. 2014. A successive three-point perturbation method for fast ray tracing in complex 2D and 3D geological models. *Tectonophysics*, 627: 72-81.
- Yao S, Hou J, Huang Y P, et al. 2023. EikoNet traveltimes calculation method and application based on deep neural network. *Reviews of Geophysics and Planetary Physics (in Chinese)*, 54(1): 81-90.
- Yu S J, Liu R Z, Cheng J L. 2010. A minimum traveltimes ray tracing global algorithm on a triangular net for propagating plane waves. *Applied Geophysics*, 7(4): 348-356.
- Zelt C A. 1999. Modelling strategies and model assessment for wide-angle seismic traveltimes data. *Geophysical Journal International*, 139(1): 183-204.
- Zhang D, Fu X R, Yang Y, et al. 2009. 3-D Seismic ray tracing algorithm based on LTI and partition of grid interface. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 52(9): 2370-2376, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.023.
- Zhang F X, Li Y H, Wu Q J, et al. 2011. The P wave velocity structure of upper mantle beneath the North China and surrounding regions from FMTT. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 54(5): 1233-1242, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.05.012.
- Zhang H L, Wang B L. 2021. Multi-scale pseudo-bending raytracing for arbitrary complex media. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 26(3): 239-248.
- Zhang J Z, Huang Y Q, Song L P, et al. 2011. Fast and accurate 3-D ray tracing using bilinear traveltimes interpolation and the wave front group marching. *Geophysical Journal International*, 184(3): 1327-1340.
- Zhang M G, Cheng B J, Li X F, et al. 2006. A fast algorithm of shortest path ray tracing. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 49(5): 1467-1474.
- Zhang P, Liu H, Li Y M. 2000. The situation and progress of ray tracing method research. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 15(1): 36-45.
- Zhang Y, Yan X, Bai C Y. 2018. Multi-phase seismic ray tracing in 3D undulated layered media based on multistage FMM algorithm. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 33(3): 1013-1021, doi: 10.6038/pg2018BB0305.
- Zhang Z J, Gao R, Bai Z M, et al. 2013. Seismic research methods for fine crustal structure. //Ding Z L ed. *Research Methods in Solid Earth Sciences (in Chinese)*. Beijing: Science Press, 352-368.
- Zhao A H. 2021. An interpolation-based method for accurately calculating hypocentral loci for earthquake location on sparse grids. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 64(7): 2347-2361, doi: 10.6038/cjg2021O0353.
- Zhao A H, Ding Z F. 2005. A double-grid algorithm for calculating traveltimes of wide-angle reflection waves. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 48(5): 1141-1147.
- Zhao A H, Xu T. 2012. A traveltimes correction technique for improving the accuracy of reflection wave traveltimes with the shortest path method based on a regular grid. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 27(5): 1854-1862, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.004.
- Zhao A H, Zhang Z J. 2004. Fast calculation of converted wave traveltimes in 3-D complex media. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 47(4): 702-707.
- Zhao A H, Zhang Z J, Teng J W. 2004. Minimum travel time tree algorithm for seismic ray tracing: improvement in efficiency. *Journal of Geophysics and Engineering*, 1(4): 245-251.
- Zhao A H, Zhang Z J, Wang G J, et al. 2000. A new scheme for fast calculation of seismic traveltimes and ray paths in heterogeneous media. *Acta Seismologica Sinica*, 13(2): 167-173.
- Zhao C, Li H F, Zhao C, et al. 2022. Adaptive Gaussian beam forward modeling of crosswell seismic in 3D deviated well. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 37(3): 1228-1234, doi: 10.6038/pg2022FF0084.
- Zhao D P. 2015. *Multiscale Seismic Tomography*. Tokyo: Springer.
- Zhao F F, Ma T, Xu T. 2014. A review of the travel-time calculation methods of seismic first break. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 29(3): 1102-1113, doi: 10.6038/pg20140313.
- Zhao H Y, Zhang M G. 2014. Tracing seismic shortest path rays in anisotropic medium with rolling surface. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 57(9): 2910-2917, doi: 10.6038/cjg20140916.
- Zhao R, Bai C Y. 2010. Fast multiple ray tracing within complex layered media: The shortest path method based on irregular grid cells. *Acta Seismologica Sinica (in Chinese)*, 32(4): 433-444.
- Zhou H W. 1994. Rapid three-dimensional hypocentral determination using a master station method. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 99(B8): 15439-15455.
- Zhou X L, Lan H Q, Chen L, et al. 2020. The factored eikonal equation in curvilinear coordinate system and its numerical solution. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 63(2): 638-651, doi: 10.6038/cjg2020N0185.

附中文参考文献

- 邴琦, 孙章庆, 韩复兴等. 2020. 地震波射线追踪方法综述——方法、分类、发展现状与趋势. *地球物理学进展*, 35(2): 536-547, doi: 10.6038/pg2020DD0003.
- 成谷, 张宝金. 2006. 三角网格参数化在反射地震走时层析成像中的应用. *中山大学学报 (自然科学版)*, 45(5): 128-132.
- 丁鹏程, 杨国权, 李振春等. 2016. 基于三维多模板快速推进算法的复杂近地表射线追踪. *石油物探*, 55(4): 483-492.

- 冯彦谦, 赵广茂, 孟宪波. 2011. 井间地震层析成像技术的应用. 物探与化探, 35(3): 345-348.
- 高尔根, 徐果明, 蒋先艺等. 2002. 三维结构下逐段迭代射线追踪方法. 石油地球物理勘探, 37(1): 11-16.
- 韩复兴, 孙建国, 孙章庆. 2011. 波前构建法研究现状. 地球物理学进展, 26(3): 1045-1051, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2011.03.033.
- 韩令贺, 孙章庆, 胡自多等. 2022. 三维复杂黄土塬区变加密不等距网格初至走时计算与特征分析. 地球物理学报, 65(8): 3108-3122, doi: 10.6038/cjg2022P0361.
- 黄国娇, 孙江兵, 白超英等. 2018. 三维 TI 介质中多波走时层析成像. 石油地球物理勘探, 53(1): 63-72.
- 蒋星达, 张伟, 陈晓非. 2022. 水平层状 VTI 介质高效射线追踪计算方法. 地球物理学报, 65(9): 3540-3553, doi: 10.6038/cjg2022P0639.
- 李飞, 徐涛, 武振波等. 2013. 三维非均匀地质模型中的逐段迭代射线追踪. 地球物理学报, 56(10): 3514-3522, doi: 10.6038/cjg20131026.
- 李强, 白超英. 2012. 复杂介质中地震波前及射线追踪综述. 地球物理学进展, 27(1): 92-104, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.01.011.
- 李松林, 樊计昌, 吴宁远. 2006. 地震测深资料解释的新方法. 北京: 地震出版社.
- 李兴旺, 白超英. 2017. 椭球坐标系下多震相地震射线追踪. 地球物理学报, 60(9): 3368-3377, doi: 10.6038/cjg20170908.
- 李兴旺, 吴建鲁, Zhou B 等. 2021. 二维复杂黏弹性各向异性介质中的地震射线追踪. 地球物理学进展, 36(2): 489-498, doi: 10.6038/pg2021EE0190.
- 刘文革, 王毓玮. 2021. 地震成像与反演. 北京: 石油工业出版社.
- 桑莹泉, 刘有山, 徐涛等. 2021. 远震波场正演模拟方法及应用. 地球与行星物理理论评, 52(6): 569-586.
- 邵师, 雷一鸣, 兰海强. 2022. 基于物理信息约束的神经网络复杂模型高精度走时计算. 地球物理学进展, 37(5): 1840-1853, doi: 10.6038/pg2022FF0474.
- 孙章庆, 孙建国, 韩复兴. 2009. 复杂地表条件下基于线性插值和窄带技术的地震波走时计算. 地球物理学报, 52(11): 2846-2853, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.11.019.
- 孙章庆, 孙建国, 韩复兴等. 2012. 三维起伏地表条件下地震波走时计算的等距迎风差分法. 地球物理学报, 55(7): 2441-2449, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.07.028.
- 王川, 李振春, 李文燕等. 2018. 复杂近地表三维初至波走时层析方法研究. 地球物理学进展, 33(5): 1967-1973, doi: 10.6038/pg2018BB0216.
- 王东鹤, 陈祖斌, 刘昕等. 2016. 地震波射线追踪方法研究综述. 地球物理学进展, 31(1): 344-353, doi: 10.6038/pg20160140.
- 王辉, 常旭. 2000. 基于图形结构的三维射线追踪方法. 地球物理学报, 43(4): 535-541.
- 王永奎, 曹小永, 杨飞龙等. 2022a. 基于三角网格模型剖分的高斯束正演数值模拟. 地球物理学进展, 37(4): 1613-1619, doi: 10.6038/pg2022FF0361.
- 王永奎, 曹小永, 杨飞龙等. 2022b. 基于逐段迭代射线追踪的井间地震观测系统设计方法. 地球物理学进展, 37(5): 2053-2061, doi: 10.6038/pg2022FF0406.
- 徐涛, 徐果明, 高尔根等. 2004. 三维复杂介质的块状建模和试射射线追踪. 地球物理学报, 47(6): 1118-1126, doi: 10.3321/j.issn.0001-5733.2004.06.027.
- 姚时, 侯爵, 黄跃鹏等. 2023. 基于深度神经网络 EikoNet 走时计算方法及应用. 地球与行星物理理论评 (中英文), 54(1): 81-90.
- 张东, 傅相如, 杨艳等. 2009. 基于 LTI 和网格界面剖分的三维地震射线追踪算法. 地球物理学报, 52(9): 2370-2376, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.023.
- 张风雪, 李永华, 吴庆举等. 2011. FMTT 方法研究华北及邻区上地幔 P 波速度结构. 地球物理学报, 54(5): 1233-1242, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.05.012.
- 张美根, 程冰洁, 李小凡等. 2006. 一种最短路径射线追踪的快速算法. 地球物理学报, 49(5): 1467-1474.
- 张钊, 刘洪, 李幼铭. 2000. 射线追踪方法的发展现状. 地球物理学进展, 15(1): 36-45.
- 张云, 严星, 白超英. 2018. 基于分区多步快速行进法下 3D 起伏层状介质中多震相射线追踪. 地球物理学进展, 33(3): 1013-1021, doi: 10.6038/pg2018BB0305.
- 张忠杰, 高锐, 白志明等. 2013. 地壳精细结构的地震学研究方法. // 丁仲礼. 固体地球科学研究方法. 北京: 科学出版社, 352-368.
- 赵爱华. 2021. 一种基于插值技术高精度计算稀疏网格地震定位中震源轨迹的方法. 地球物理学报, 64(7): 2347-2361, doi: 10.6038/cjg2021O0353.
- 赵爱华, 丁志峰. 2005. 宽角反射地震波走时模拟的双重网格法. 地球物理学报, 48(5): 1141-1147.
- 赵爱华, 徐涛. 2012. 提高规则网格最短路径方法反射波走时计算精度的走时校正技术. 地球物理学进展, 27(5): 1854-1862, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.004.
- 赵爱华, 张中杰. 2004. 三维复杂介质中转换波走时快速计算. 地球物理学报, 47(4): 702-707.
- 赵驰, 李辉峰, 赵冲等. 2022. 三维自适应斜井井间地震高斯束正演数值模拟. 地球物理学进展, 37(3): 1228-1234, doi: 10.6038/pg2022FF0084.
- 赵烽帆, 马婷, 徐涛. 2014. 地震波初至走时的计算方法综述. 地球物理学进展, 29(3): 1102-1113, doi: 10.6038/pg20140313.
- 赵后越, 张美根. 2014. 起伏地表条件下各向异性地震波最短路径射线追踪. 地球物理学报, 57(9): 2910-2917, doi: 10.6038/cjg20140916.
- 赵瑞, 白超英. 2010. 复杂层状模型中多次波快速追踪——一种基于非规则网格的最短路径算法. 地震学报, 32(4): 433-444.
- 周小乐, 兰海强, 陈凌等. 2020. 曲线坐标系因式分解程函方程及其走时计算. 地球物理学报, 63(2): 638-651, doi: 10.6038/cjg2020N0185.

(本文编辑 张正峰)